LA REFORMA DE LA EDUCACION MATEMATICA A LA LUZ DE LOS DEBATES DE BOGOTA

por el prof. Dr. ARNO ZADDACH
Del Instituto de Física y Matemáticas

El mundo en que vivimos se transforma con rapidez vertiginosa. Nuestra sociedad "tecnológica" merecerá realmente este nombre, cuando se hayan realizado los sueños de explotar fuentes de energía inagotables y baratísimas. Junto con la tecnología crece la importancia de las matemáticas que conquistan cada día más terreno en los diversos campos científicos. En países altamente industrializados ya se hace sentir una demanda enorme por personas entrenadas en los modernos métodos matemáticos. Pero no es sólo por eso que los gobiernos se dan cuenta de la necesidad de reformas profundas de la enseñanza: las matemáticas mismas experimentaron un casi explosivo desarrollo durante este siglo, cuando todas sus ramas sufrieron la invasión por el álgebra moderna. Se espera para el futuro una transformación de todo el pensamiento científico en forma insospechada. Las nuevas ideas, a fin de ser accesibles a todos, tienen que ser presentadas a los estudiantes lo más temprano posible. Eso requiere una reorientación de la enseñanza matemática en todos sus niveles.

Los problemas relacionados con esa gran reforma (especialmente la alarmante escasez de profesores) fueron discutidos en la Primera Conferencia Interamericana sobre Educación Matemática, que se celebró en Bogotá, en diciembre de 1961, patrocinada por la OEA y otras instituciones internacionales.

Las matemáticas modernas

Desde comienzos del siglo XIX, en matemáticas se eliminaron y aclararon muchas nociones anteriormente oscuras y metafísicas. Así ocurrió con la axiomatización de los números complejos y, más recientemente, del cálculo de probabilidades, acabando con interminables discusiones infructuosas. Los axiomas son reglas puramente formales y esencialmente arbitrarias, de modo que una teoría matemática no tiene necesariamente conexión con lo concreto. Es posible modificar sistemas axiomáticos ya existentes: el ejemplo más afamado es el descubrimiento de las geometrías no euclidianas, con el que resultaron erróneas las ideas del carácter "a priori" de la geometría, y de su inseparabilidad del espacio de nuestra percepción. Después de poner en claro que las matemáticas son independientes del mundo físico, el camino quedó abierto para los grandes conceptos unificadores: conjuntos, aplicaciones (que según las circunstancias históricas se conocen también bajo el nombre de funciones, operaciones o transformaciones), relaciones de equivalencia, estructuras algebraicas y topológicas, etc. Usándolos, resultó frecuentemente que ciertos teoremas, encontrados y demostrados en distintas ramas matemáticas, eran idénticos respecto de su contenido lógico. En la nueva vista, fronteras antiguas entre las diversas disciplinas se borran, mientras predomina el aspecto de la unidad de las matemáticas. Este desarrollo se cristalizó y sigue cristalizándose en la obra de Bourbaki (seudónimo de un grupo de autores), y se habla de la "bourbakización" de las Matemáticas Puras (*).

En cuanto a las Matemáticas Aplicadas, en los últimos 30 años nacieron varias nuevas ramas,

(*) N. de la R.: Sobre Bourbaki, véase el Nº 6-7, 1959, de este Boletín.

utilizadas principalmente en la economía y las ciencias sociales: Teoría de Juegos y Decisiones, Programación Lineal y Dinámica. *En el trasfondo de todo este desarrollo debe destacarse una teoría matemática no muy antigua; el cálculo de probabilidades y la estadística. Sus modelos, menos rígidos que los clásicos y deterministas, se adaptan más fácil y realísticamente a situaciones en que el riesgo y la incertidumbre son aspectos importantes e ineludibles.* (Enrique Cansado).

Considerando los enormes problemas numéricos, ligados con dichas disciplinas aplicadas, se aprecia el valor de los computadores electrónicos. Aunque la idea se formó ya hace muchos siglos, sólo la técnica moderna permitió la construcción de esos "cerebros artificiales". Ellos también hicieron nacer una teoría propia, brillante ejemplo de interacción Matemática-Tecnología, en ambos sentidos.

La enseñanza secundaria

Hay que aprovechar bien de los años en que los niños aún poseen su sorprendente facilidad de comprensión, y no cabe duda de que ellos sean capaces de entender ciertos grandes conceptos modernos. Largos raciocinios, por supuesto, no son adecuados al nivel secundario. Sin embargo, se podría intentar llegar hasta la comprensión completa de lo que es un sistema axiomático.

Para eso, la geometría tradicional de Euclides no sirve mucho. Su base axiomática, por ser bastante complicada, no se pondrá en claro, y la acumulación de muchísimos teoremas geométricos significa en nuestra época un derroche de tiempo, en vista de tantos otros temas de mayor importancia. En el sector geométrico se propone la reforma de la enseñanza secundaria en el sentido siguiente: que en la etapa inferior la instrucción sea informal y emplee muchas técnicas prácticas, como dibujar y medir, llegando poco a poco a la abstracción, mientras que en la etapa superior, disponiendo de conocimientos algebraicos, sea expuesta la geometría analítica con demostraciones rigurosas en base del concepto de espacio vectorial.

—Un programa moderno de enseñanza secundaria comprenderá, en la etapa superior, los siguientes temas: .

—conceptos de la teoría de conjuntos y del álgebra,
—números reales y complejos,
—elementos del cálculo de probabilidades,
—ecuaciones y desigualdades,
—cálculo vectorial y geometría del plano y espacio,
—funciones elementales,
—cálculo infinitesimal con aplicaciones.

El plan precedente entrará en vigor pronto en Dinamarca, y probablemente será modelo para otros países europeos también. Una comisión internacional está estudiando tales proyectos. Dinamarca, país pequeño, con tradición matemática y profesorado de alto nivel, está en condiciones relativamente favorables frente a esta reforma.

En los Estados Unidos de Norteamérica fue creado el "School Mathematics Study Group" (SMSG), en 1958, para hacer un esfuerzo decisivo tendiente al mejoramiento de las matemáticas escolares. Recibió un fuerte apoyo financiero del Gobierno Federal. De este hecho notable (porque normalmente la educación ha sido función de cada Estado por su cuenta) puede apreciarse la gran preocupación del Gobierno Federal por la mejora de los programas. La eficiencia del trabajo realizado por el SMSG se basa en que no sólo se hicieron recomendaciones, sino que también se prepararon (y siguen preparándose) textos experimentales. Cada uno de dichos textos es elaborado por un equipo de unos 15 miembros del SMSG: con este método se garantiza que las ideas realmente buenas no se pasen por alto, mientras que se eliminen las ideas que sólo son superficialmente atractivas. Por otra parte, hay que tomar en cuenta la formación de los profesores que actualmente enseñan en EE. UU.: la mayoría jamás tuvo oportunidad de contemplar las matemáticas desde los nuevos puntos de vista. Ellos mismos tienen que aprender los conceptos modernos, lo que prohibe que los textos contengan innovaciones demasiado drásticas.

El reentrenamiento de los profesores resultó el problema clave para la reforma. En EE. UU. se llevan a la práctica cursos de verano en gran escala, especialmente planeados para dichos fines, ya que los cursos universitarios corrientes rara vez son adecuados. Los participantes reciben remuneración así como gastos de viaje y alojamiento.

Las resoluciones de la Confederación de Bogotá se refieren principalmente a la enseñanza secundaria, para iniciar la gran reforma en Latinoamérica y elevar el nivel económico y social de los profesores titulados. He aquí algunas de las recomendaciones dirigidas a los gobiernos:

Que la formación de los profesores de enseñanza media tienda a estar exclusivamente a cargo de la Universidad, que se modernicen los cursos destinados a dicha formación, que se regularicen los contactos entre los profesores de enseñanza secundaria y la Universidad para mantener actualizados sus conocimientos, que se tomen medidas para garantizar la estabilidad de la profesión de profesores titulados y para fijar salarios básicos iguales a los de otras profesiones de preparación académica semejante, que los organismos internacionales creen un centro piloto destinado al perfeccionamiento de los profesores, que se publiquen y distribuyan nuevos textos.

La enseñanza universitaria

Parece que en el futuro la enseñanza matemática en todos los niveles tomará como lema: *¡El álgebra y las estructuras fundamentales desde la escuela infantil hasta la Universidad!* Pero las opiniones aún divergen bastante en cuanto a la manera cómo enseñar las nuevas matemáticas, especialmente en el nivel universitario. No cabe duda que la exigencia de pensar abstractamente será considerablemente mayor que antes. Hay reformadores muy radicales, mientras otros defienden el camino histórico y sólo quieren suprimir todo aquello que se considera de poca importancia. En este sentido, dice Guillermo Torres: *Las nuevas ideas que adquiera un estudiante, deberán aceptarse por éste como algo natural. La presentación de la matemática en su aspecto exclusivamente formal, la hace aparecer como una actividad inhumana y sin razón de ser.*

Pero también Gustave Choquet que rechaza los métodos históricos (y a quien se debe el lema arriba citado), pone de relieve los factores psíquicos: *La actitud interior del profesor es todavía mucho más importante que la materia enseñada. El alumno mismo, en su nivel, debe haber experimentado la exaltación de la labor creadora. La enseñanza no debe limitarse a la fase deductiva; en toda actividad matemática precisa distinguir cuatro fases: observación, matematización, deducción, aplicaciones.*

Hay que enseñarle al alumno cómo generalizar y abstraer en vez de presentarle inmediatamente la forma perfecta.

Edward McShane declara en base de sus experiencias: *Lo que aprendemos queda en la memoria por estar enlazado con otras cosas ya conocidas. Las nuevas ideas atraerán más interés y se recordarán más fácilmente, si se introducen por medio de aplicaciones a situaciones familiares y si se aplican pronto a otros problemas. Es posible construir una cadena matemática que sería comprensible al estudiante, pero si no le parecen evidentes las relaciones con lo que ya sabe, no las aceptará. Le parecerá una dicta de paja, no más útil que el juego del ajedrez y mucho menos interesante. No vale nada la aseveración de que las matemáticas son interesantes, si todo lo que ve de ellas es insípido. Y de veras, si le presentamos una materia tan hermosa y útil como las matemáticas, de tal manera que él no pueda ver nada, ni de la hermosura ni de la utilidad, la culpa es nuestra.*

Otro problema fundamental consiste en la coordinación de las universidades. En Europa ya existen proyectos internacionales de unificación, a fin de facilitar el intercambio de estudiantes como en la Edad Media. En EE. UU. hay que pensar además en que al lado de las universidades grandes se encuentran las instituciones llamadas "colleges". En 1953 la Mathematical Association of America formó una comisión que debía proyectar una reorganización de la enseñanza matemática en los cuatro años del college: el "Committee on the Undergraduate Program". Publicó algunos textos experimentales, con especial atención a aquellos alumnos que necesitan las matemáticas solamente para las ciencias biológicas, económicas, etc. (En su estilo, estas publicaciones son semejantes al libro "Finite Mathematics", de Kemeny, Snell y Thompson). En muchos casos, los profesores del college han perdido contacto con la corriente de las matemáticas vivas, de modo que aquí también hay que resolver problemas de reentrenamiento. Un paso en esta dirección es el sistema de "matemáticos visitantes" de la Mathematical Association of America.

Las matemáticas en la física

La formación matemática de los futuros físicos plantea problemas especiales. A un lado se exigen hoy conocimientos mucho más amplios y sólidos que antes; al otro lado los alumnos necesitan ciertas técnicas matemáticas desde el principio de su carrera, cuando no pueden ser bien fundamentadas todavía. A los futuros matemáticos y físicos, ¿les conviene dar gran parte de su instrucción en común? Dio la respuesta, a ésta y otras preguntas relacionadas, Laurent Schwartz, el creador de la Teoría de Distribuciones, explicando los nuevos programas franceses, vigentes desde 1958.

Durante este siglo se produjo un divorcio serio entre física y matemática. Los campos de investigación en ambas ciencias ya no tienen muchos contactos. Como consecuencia, muy a menudo los cursos de física son poco interesantes para el matemático a causa de su falta total de rigor, mientras los cursos matemáticos puramente teóricos resultan inconvenientes e inutilizables para el físico. *Los físicos teóricos, para poder avanzar, no pueden someterse al rigor que les impone el matemático, con el cual no habrían descubierto prácticamente nada.* Se hace evidente una separación de ambas carreras.

Según el nuevo programa francés, la enseñanza universitaria comienza con un año propedéutico, común a físicos y matemáticos. El Algebra Lineal se considera tan fundamental que figura entre los temas de matemáticas generales de este año. Luego los físicos reciben instrucción matemática en cursos especiales sin relación con los cursos de matemáticas para matemáticos. *Se da a estos futuros físicos e ingenieros un gran número de nociones útiles, un ba-*

gaje matemático extenso, pero se les dará a menudo teoremas sin demostración. Se autorizará cada vez más a los estudiantes a hacer uso de teoremas que no saben demostrar.

El certificado de "Técnicas Matemáticas de la Física", exigido para la licenciatura, comprende los temas siguientes:

—análisis vectorial,
—complementos sobre la integración,
—ecuaciones diferenciales lineales,
—funciones analíticas,
—series de Fourier,
—ecuación diferencial de Laplace,
—ecuación de la cuerda vibrante,
—elementos del cálculo de probabilidades.

Si bien se puede admitir que estos conocimientos son suficientes para los físicos experimentales, son totalmente insuficientes para los físicos teóricos. A fin de completar su formación, ellos pueden elegir para la licenciatura un certificado opcional: en el curso correspondiente se tratan temas como distribuciones y convoluciones, pero siempre en forma simplificada, con el mínimo de topología, omitiendo demostraciones de teoremas difíciles. (La enseñanza especial en este nivel es tarea sumamente delicada a causa de la falta casi total de libros adecuados) .

Cabe mencionar que el programa fue establecido con la idea de que sufrirá otras reformas con regularidad. Además contiene en sí gran flexibilidad. Es posible, p. ej., que un estudiante de física muy inclinado a demostraciones rigurosas, asista a los cursos destinados a los matemáticos y adquiera los certificados correspondientes. A fin de salvar el abismo entre ambas ramas, se piensa en crear hasta un certificado especial de "Física para Matemáticos". Laurent Schwartz dice respecto de este proyecto: *Tal enseñanza de la física podría basarse, sin duda alguna, en el mayor número posible de instrumentos matemáticos. La difracción en óptica, por ejemplo, utilizaría sistemáticamente la transformación de Fourier. No se pueden desconocer las dificultades de tal empresa, puesto que en realidad la herramienta matemática utilizada no sería aquella de la cual dispone el matemático al principio de su carrera. Sin embargo, debería ser intentado un serio esfuerzo en este sentido, lo que, que yo sepa, no ha sido hecho todavía en ningún país.*