de Fresia).

Con el cambio de 8 a 12 veces por hora debe lograrse:

1 Reducir la concentración de anestésicos bajo el nivel farmacológico a fin de proteger al personal;

2 Remover el calor y la humedad que provienen: a) del equipo de esterilización (a veces); b) de las lámparas quirúrgicas; c) de los operantes, y d) de rayos solares (eventualmente).

Además, debe existir la capacidad del sistema para acondicionar las salas en menos tiempo, en casos de emergencia.

Tiene grandes ventajas la debida aislación térmica del equipo de esterilización, y la extracción integral del aire húmedo y caliente de las salas de esterilización anexas a la sala de operaciones.

La sección de post-operados, debidamente acondicionada contribuye a la estabilización de la circulación periférica del paciente y reduce las pérdidas por excesivo flujo de líquidos en los climas o estaciones de elevada temperatura o humedad.

NOTA: Una de las mejores publicaciones relacionadas con la presente recopilación, es el Nº 17, de abril de 1947, de "L'Architecture d'aujourd'hui" págs. 27-48. El mejor pabellón quirúrgico que los estudiantes han visitado es el del Instituto de Neurocirugía en Santiago.

LA MATEMATICA ACTUAL ¿ESTA MAS PROXIMA A SER UN ARTE QUE UNA CIENCIA? MATEMATICOS TECNICOS Y ESTRATEGAS

por JEAN DIEUDONNÉ

Sólo serán tratadas en las líneas que van a seguir las matemáticas puras; no podré tratar aquí de las "matemáticas aplicadas" en Francia por falta de conocimientos adecuados y aunque existan ciertamente destacados especialistas de esta disciplina, no tanto quizá como sería de desear, pues a lo que parece, esta profesión carece de atractivos para el temperamento francés. Por idéntica razón, nada podré decir tampoco sobre la teoría de las probabilidades, a pesar de que en la actualidad esta teoría tienda cada vez a convertirse en una rama de las matemáticas "puras" (y en la cual Francia puede enorgullecerse de poseer, por lo menos, un creador de primer orden en la persona de P. Lévy), ni de lógica matemática (a cuyos encantos, igualmente, los franceses se muestran también poco sensibles).

Naturaleza de las matemáticas y las diversas escuelas

En la concepción clásica de las matemáticas (aceptada todavía por el gran público), los "objetos" que ocupan la atención del matemático se derivan de la experiencia sensible a través de un proceso platónico de "idealización": supónese que números, figuras, ecuaciones, tienen una estrecha relación con el mundo "real", y los axiomas que los rigen se aceptan como "verdades evidentes", forzosamente dimanadas de lo que nuestros sentidos nos revelan de los objetos que "reflejan" esas nociones abstractas. Resultaría demasiado largo explicar aquí detalladamente la causa de que esta concepción haya sido completamente abandonada en la actualidad; limitémonos a indicar las principales razones que condujeron, hacia mediados del siglo XIX, a cambio tan radical:

1º El descubrimiento de las **geometrías no-euclidianas**: una vez establecido el hecho de que era imposible, por una parte, demostrar lo absurdo de tal geometría, y por otra, determinar de manera concluyente si la geometría de nuestro universo es euclidiano o no, llegábase a la conclusión de que se está en presencia de teorías matemáticas que no podrían tener "realización" experimental, lo que demolía el dogma platónico.

2º La invención de "monstruos" tales como curvas sin tangente, curvas llenando un cuadrado, etc., cuya existencia, demostrada de una manera rigurosa a partir de los axiomas **clásicos,** probaba que la supuesta correspondencia entre estos últimos y los hechos de la experiencia era puramente superficial y fortuita.

3º La tendencia condujo a crear completamente nociones nuevas, sin inconveniente apreciable, para avanzar en la solución de los problemas clásicos.

Actualmente, la concepción más generalmente admitida consiste en que la matemática es el estudio de **objetos no determinados,** sin preocuparse de averiguar si en la realidad tienen o no imágenes posibles; de estos objetos no se pretende conocer más que ciertas propiedades enunciadas **a priori** y todavía calificadas de axiomas(pero sin atribuir a este término sentido alguno de "verdad absoluta"). Por ejemplo, un grupo lo constituye un conjunto de objetos en el cual se ha definido (sin ocuparse de saber cómo) una ley que a cada par (a, b) de objetos asocia un tercero llamado ab con los "axiomas": 1) a (bc) = (ab) c; 2) para dos objetos cualesquiera a, b, existen otros dos c, c' tales como ac = c' a = b. Una vez enunciados los "axiomas", la teoría matemática correspondiente consiste en desarrollar las consecuencias lógicas de estos axiomas, sin recurrir para ello a ninguna otra propiedad de los "objetos" considerados. El interés que existe en proceder de tal manera estriba en la enorme **economía de pensamiento** que ello supone: millares de ejemplos de grupos en matemáticas (e incluso en física) comprueban el valor de los axiomas precedentes, y poseen además otras propiedades suplementarias; pero como la teoría general de los grupos ha sido desarrollada "abstractamente" y de modo definitivo, no resulta necesario, una y otra vez, recomenzar las demostraciones para tal o cual grupo particular (como se hacía cuando aún no había sido aclarada la noción general de grupo).

Por lo tanto, el matemático dispone de una **libertad absoluta** en la elección de sus "axiomas". Esta libertad y la ausencia de todo vínculo con lo real, hacen irresistiblemente pensar en el arte moderno; y en efecto, se puede muy bien sostener que bajos ciertos aspectos, la matemática actual está más próxima de ser un arte que una ciencia (con la diferencia, sin embargo, de que la libertad del matemático no se extiende hasta su **técnica,** es decir, hasta las reglas del razonamiento, que por el contrario han sido actualmente establecidas y se observan de manera mucho más estricta que en el pasado). La similitud se manifiesta sobre todo en la **apreciación** de un trabajo matemático: como es natural, las demostraciones en él contenidas deben ser correctas, pero esto aparte, no existe ya ningún criterio **objetivo** para calificarlo como una obra de valía o mediocre (al contrario de lo que ocurre en las **ciencias** experimentales, en las cuales una teoría se juzga en la medida en que nos hace progresar en la previsión y comprensión de los fenómenos). Forzoso resulta pues, admitir juicios que en realidad sólo, pueden ser considerados como juicios **estéticos,** y por muy paradógico que parezca, suele ser frecuente escuchar a los matemáticos hablar, entre ellos, del "gusto" (¡o de la falta de gusto!) de tal o cual de sus colegas. En estas condiciones no hay por qué extrañarse de que este "gusto" presente caracteres muy variados según los países, las tradiciones y los individuos, y que haya creado verdaderas **escuelas** matemáticas, de tendencias muy diferentes, lo mismo que existen corrientes muy diversas en la pintura o en la arquitectura modernas. En principio, y simplificando con exageración, pueden diferenciarse tres de estas escuelas, que para comodidad de la expresión, denominaremos **clásicas, modernas** y **abstractas.** Para apreciar sus puntos comunes o sus divergencias, lo más acertado sin duda, es enumerar los principales criterios fundamentales aplicados por los matemáticos de estas diversas tendencias:

1º Todos están de acuerdo en considerar que un informe interesante debe, en primer término, ser **no trivial,** es decir, no limitarse a deducciones evidentes, en las que no aparezca ningún esfuerzo de imaginación; es preciso que el trabajo dé la impresión de haber vencido una dificultad, y cuanto mayor sea la dificultad, más admirada será la solución.

2º Las divergencias comienzan con los métodos de ataque de un problema; los clásicos son en principio "técnicos" a los que les gusta abordar el problema de frente y forzar su solución con medios elementales, dispuestos ingeniosamente; por el contrario, los modernos y los abstractos aman mucho la "estrategia", que consiste en situar un problema dado en un contexto mucho más general, desarrollando para ello vastas teorías, aparentemente sin relación directa con la cuestión inicial, y finalmente, al término de un largo recorrido, haber envuelto tan hábilmente la posición, que se les rinda sin esfuerzo.

3º Con relación al interés que puede ofrecer un problema, la alineación es del todo diferente. Ciertas cuestiones tienen una larga historia, de un desarrollo a veces de siglo; clásicos y modernos tienen en gran estima los problemas que de ellas dimanan, sobre todo si han sido objeto, tiempo atrás, de trabajos de grandes matemáticos; a la inversa, no ocultan el desdén que les inspiran las teorías "gratuitas", es decir, imaginadas sin la finalidad de atacar un problema "respetable". Los abstractos, en cambio, tienden a disfrutar plenamente de la libertad total que les brinda el punto de vista axiomático; poco les importa que sus colegas califiquen de "artificiales" los sistemas de axiomas que desarrollan, con tal que den ocasión a teorías "no triviales"

4º En fin, los fenómenos "patológicos" que hemos señalado más arriba (y que figuran incluso en las matemáticas clásicas) son también considerados de diferente modo por las distintas escuelas. Clásicos y abstractos no ven en ellos sino un mal inevitable, y en ciertos casos llegan a manifestar frente a una "bella patología" el mismo interés un poco mórbido del cirujano ante un tumor monstruoso. Contrariamente, los modernos tienen una crencia profunda en la simplicidad y en la belleza esencial de la matemática, y se hallan persuadidos de que la "patología" no proviene más que de cuestiones mal enunciadas: por ejemplo, una función continua puede no tener forzosamente derivada cuando por "derivada" se entiende la noción clásica, pero es **indefinidamente derivable** si se toma la noción de derivada en el sentido de las "distribuciones" de L. Schwartz. Se trata evidentemente, en este caso, de un acto de fe no demostrable, pero que obra como principio directo a menudo muy eficaz.

Las matemáticas puras en Francia

Las matemáticas francesas tienen una antigua y rica tradición que se extiende de manera casi ininterrumpida a lo largo de más de tres siglos; y los mejores matemáticos franceses desde Viéte y Fermat a Hermite y Poincaré, han tenido siempre tendencias "universales", y negándose a encerrarse en una estrecha especialización, se han interesado igualmente por todos los problemas de su tiempo. En el período 1910-1930, hubo un momento en que pudo creerse que esta tradición iba a modificarse; después de la muerte prematura de Poincaré, y con la excepción de E. Cartan (entonces completamente aislado), parecía que, bajo la influencia sin medida de la escuela basada en la teoría de las funciones (Borel, Lebesgue, Montel, etc.), la sola rama de las matemáticas digna de estudio en Francia fuese la analítica, y especialmente la teoría de las funciones de una variable real o de una variable compleja. Además, los valores más destacados de esta escuela (en un tiempo revolucionarios, cuando contribuyeron en gran medida a que fuesen admitidas y utilizadas las ideas cantorianas) se mostraban (sobre todo por razones filosóficas) resueltamente hostiles a la corriente axiomática que por entonces adquiría un vigoroso desarrollo en el extranjero.

Pero a partir de 1928, la situación comienza a cambiar; por el Seminario de Hadamard en el Colegio de Francia, única puerta que había quedado abierta hacia el exterior, llegan poco a poco las influencias extranjeras, que se amplifican al iniciar sus viajes los matemáticos de la generación que nace alrededor de 1905: en contacto con los alemanes reaprenden el álgebra y la teoría de los números, con los polacos y los rusos descubren la topología y el análisis funcional, y a su regreso a Francia se inician gradualmente en las profundidades de los trabajos de E. Cartan sobre los grupos de Lie y la geometría diferencial. Después de retirarse Hadamard, el Seminario fundado por G. Julia se asigna ya la función de difundir esas nuevas ideas de manera más sistemática, y finalmente, en 1935, se da comienzo a la redacción de los "Elementos de Matemática", de N. Bourbaki.

No son siempre interpretados de modo muy correcto los principios directores de esta obra. Representan, como es de suponer, la tendencia "moderna" en el sentido más elevado de la palabra. Con más precisión:

1º Las nociones abstractas que se introducen en gran número no lo son nunca "gratuitamente", sino porque constituyen potentes **instrumentos** para atacar los problemas clásicos; toda teoría que no haya dado resultado desde este punto de vista es despiadadamente descartada.

2º Los autores tienen fe en la unidad esencial de la matemática, que se manifiesta, bajo apariencias superficiales a veces engañosas, por la intervención subyacente de algunas grandes "estructuras" que se encuentran en todas partes. Los **elementos** procuran poner en evidencia esas estructuras que son las que proporcionan el principio de clasificación adoptado en los diversos libros, sin tener en cuenta para nada los compartimentos tradicionales y caducados de álgebra, análisis, geometría, etc. Por ejemplo, la teoría de los números algebraicos y la de las curvas algebraicas son tratadas simultáneamente; lo mismo que la geometría di-

ferencial y la teoría de las funciones variables complejas, etc.
3º Por lo que precede queda suficientemente claro que los **elementos** no intentan de ningún modo constituir una enciclopedia de los conocimientos actuales, ya que no contienen más que aquellas partes de las matemáticas que tienen una importancia **central** para la comprensión de las teorías clásicas y sus prolongaciones modernas: el plan de la obra pretende incluir en ella teorías **periféricas**, tales como las investigaciones de análisis "fino" o de ramas del álgebra, como el estudio de las álgebras no asociativas; han quedado también excluídas en principio ciertas ramas de las matemáticas como la teoría analítica de los números, que no consisten más que en una masa de artificios variados (por muy ingeniosos que sean) sin lazo alguno entre ellos y que no parecen derivarse (hasta hoy por lo menos) de los grandes principios que rigen las matemáticas modernas.
Como se sabe, los colaboradores de N. Bourbaki [1] han decidido guardar el anonimato; se reúnen periódicamente (2 ó 3 veces al año) para discutir en detalle las redacciones preliminares de los diversos capítulos; cada capítulo se redacta 6 ó 7 veces por término medio, ya que se cambia de redactores cada vez (lo que naturalmente requiere períodos de tiempo bastante largos: transcurren en general una docena de años entre la iniciación de un capítulo y su aparición). La composición del equipo ha variado mucho desde que la obra se comenzó; como nadie ignora, en matemáticas se precisa ser joven para llegar a comprender plenamente los progresos de una ciencia en movimiento constante y participar activamente en esa evolución, por cuya razón los miembros del grupo inicial han tenido todos ellos que retirarse y otros más jóvenes han ocupado su puesto, con lo que el promedio de edad de los mismos permanece alrededor de los 35 años. En la actualidad la obra comprende 26 fascículos, algunos de los cuales se encuentran ya en su tercera edición; están en proyecto por lo menos otros tantos fascículos, e incluso en el supuesto de que estuviesen ya acabados, se estaría aún lejos de terminar el Tratado: en efecto, resulta casi imposible escribir una obra didáctica sobre una rama de las matemáticas en constante modificación (bajo la influencia de nuevas ideas), cuando precisamente estas últimas (como la topología algebraica, la topología diferencial, la geometría algebraica) son las más interesantes; no puede esperarse verlas figurar en los **Elementos** antes de que nociones y métodos no se hayan estabilizado, lo que tal vez exigirá todavía numerosos años.
La influencia de los **Elementos** de N. Bourbaki en la enseñanza y la investigación en Francia ha sido bastante progresiva, y si rápidamente, sobre todo en París, numerosos jóvenes investigadores los han asimilado y se han servido de ellos con éxito, desde 1955 solamente, la enseñanza de las Facultades se inspira en métodos modernos, adoptados con mucha anterioridad por varios países extranjeros. Esto no significa, compréndase bien, que se enseñe la obra de Bourbaki en los primeros años de la Universidad, sino que los programas están orientados en esta dirección: trátase sobre todo, en los tres primeros años, de proporcionar una sólida formación en lo que concierne al álgebra lineal y al análisis clásico, pero en la enseñanza de este último, no se vacila ya en introducir desde el principio nociones generales (tales como los espacios métricos o los espacios de Banach) que hacen más sencilla su comprensión y los métodos, más naturales.

En cuanto a la distribución de los matemáticos franceses entre las "escuelas" a que más arriba me he referido, no tiene nada de asombroso que sean matemáticos de menos de 60 años los que constituyen la mayoría de los "modernos"; existen también algunos "abstractos" (esencialmente los Dubreil y sus discípulos), y algunos "clásicos", en su mayor parte discípulos de Mandelbrojt, pero los mejores de estos últimos (como Kahan y Malliavin) se han "modernizado" considerablemente desde hace algunos años, y utilizan con una gran penetración métodos nuevos para tratar con éxito problemas de análisis "fino".
Para terminar no me queda más que citar algunos de los nombres más representativos de la matemática francesa moderna, limitándome siempre a los matemáticos de menos de 60 años (los otros son suficientemente conocidos). En primer término están, de la generación que nace hacia 1905, aquellos que podríamos llamar los "cuatro grandes", cuyos trabajos dominan toda la producción francesa contemporánea (con ellos, ciertamente pudiera haber figurado un quinto, J. Herbrand, muerto a la edad de 22 años en un accidente de montaña y cuyos primeros trabajos hacían presagiar una figura excepcional); estos son por orden alfabético:

H. Cartan, digno émulo de su padre E. Cartan, que, en unión de algunos matemáticos extranjeros, debe ser considerado el fundador de dos de las ramas más activas de la matemática moderna: el álgebra homológica y la teoría de las variedades holomorfas y de los espacios analíticos (desarrollo de la teoría de las funciones de diversas variables complejas); ha producido además toda una serie de trabajos de primer orden sobre los grupos de Lie, la geometría diferencial, la homotopia y la teoría del potencial, entre otros.

C. Chavalley, algebrista eminente, que se había ya distinguido por una tesis sobre la teoría de los números considerada actualmente como clásica, luego por numerosos y profundos informes sobre geometría algebraica y álgebra conmutativa y que muy recientemente acaba de abrir nuevos caminos a la teoría de los grupos, por un lado elucidando la estructura de los grupos algebraicos generales, y por otro estableciendo vínculos insospechados entre los grupos de Lie y los grupos finitos.

J. Leray, esencialmente analista, cuyos trabajos originalísimos sobre las ecuaciones de derivadas parciales han hecho época, y que por otra parte ha creado enteramente dos de los más potentes medios de investigación de que dispone el matemático moderno, los haces y las sucesiones espectrales.

A. Weil, matemático de fama universal comparable a los más grandes del pasado, animador y valor más destacado de toda su generación, que ha dejado su huella impresa en la mayor parte de las ramas de las matemáticas e introducido por doquiera ideas tan nuevas como profundas: topología, teoría de los grupos, geometría diferencial, y sobre todo geometría algebraica y teoría de los números, en la que ha creado métodos nuevos por completo y resuelto problemas tan importantes como difíciles.

Entre los más jóvenes, se podría fácilmente citar aquí una veintena de matemáticos cuyos trabajos son conocidos y apreciados internacionalmente y a los que las universidades extranjeras invitan frecuentemente a dar series de conferencias. Me limitaré a los tres titulares de "medallas Field": poco más o menos la equivalencia del premio Nobel (que no existe para los matemáticos); dos de estas medallas se otorgan cada cuatro años (en principio a jóvenes matemáticos) con ocasión del Congreso Internacional de estos científicos. En cada uno de los tres últimos Congresos, una de las dos medallas ha sido atribuída a un francés, y éstos son los siguientes:

L. Schwartz (1950), por su teoría de las "distribuciones", una extensa y elegante síntesis que desempeña en el análisis moderno aproximadamente el mismo papel que el simbolismo del cálculo diferencial de Leibnitz en el análisis clásico.

J. P. Serre (1954), que figura entre los matemáticos de su generación en el lugar que ocupaba A. Weil de la generación precedente. Matemático también de reputación universal, se ha distinguido por sus descubrimientos de suma importancia en homotopia, teoría de las variedades holomorfas, geometría algebraica y en álgebra conmutativa.

Y por último, R. Thom (1958), geómetra de una rara penetración, cuya teoría muy original del "cobordismo" ha permitido en estos últimos años abordar problemas de topología diferencial que parecían inaccesibles hace tan sólo diez años.

Para terminar añadiré que el antagonismo habitual entre las sucesivas generaciones ha quedado reducido al mínimo; los jóvenes matemáticos de hoy en día no han encontrado por parte de sus colegas más antiguos la hostilidad o la incomprensión que éstos tuvieron que sufrir en sus comienzos; sus nuevas concepciones han obtenido la más amplia difusión y se han incorporado sin esfuerzo a la gran corriente del pensamiento matemático francés. Es de desear que así continúe ocurriendo siempre en el porvenir.