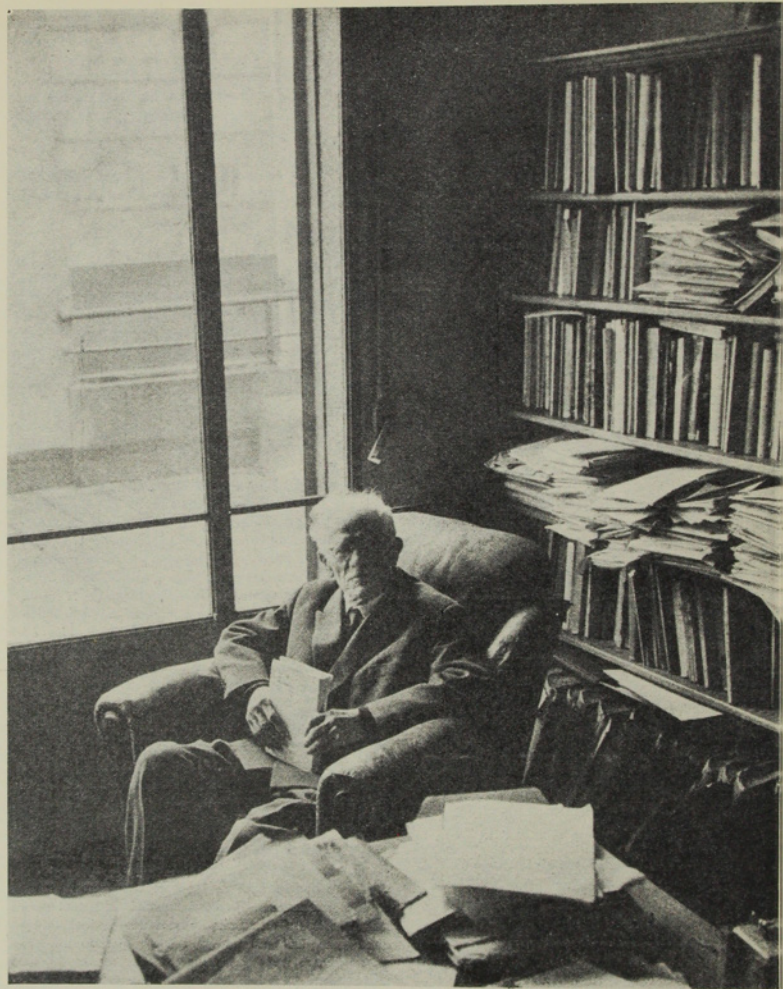


EL CAMINO HACIA
EL INFINITOEntrevista de Gianni Roghi
al prof. MAURICE FRÉCHET(Traducción del italiano de Emilio Martínez Ch.
Colegio Universitario Regional de La Serena)

NOTA: El profesor Maurice Fréchet es presidente de la Academia Internacional de Filosofía y Ciencia, miembro de la Academia de Ciencias de París. Ha ligado su nombre de matemático al estudio del cálculo de probabilidades. Es el fundador de la teoría de los espacios abstractos.

—Respecto a los fundamentos de la Ciencia a la filosofía de la Ciencia, el periodista observa que Filosofía y Ciencia han estado siempre en litigio y que las Matemáticas han estado siempre en situación de privilegio, cual es el que durante dos mil años en la cultura occidental las Matemáticas han sido consideradas no solamente como la expresión más completa de la razón sino el medio más seguro para alcanzar hasta la metafísica. Hoy ya no es así. Ha sucedido algo. Hoy las Matemáticas se han separado de la Filosofía. ¿Qué ha ocurrido, pues, según Fréchet, en el pensamiento matemático de los últimos años?

Fréchet: Pienso que esa transformación se ha producido en realidad. No en estos últimos años sino durante todo el curso de nuestra historia intelectual, y esto —debo decir— con un curso regular. Más tarde, poco a poco, se ha creado una diferencia, aunque por largo tiempo la unidad de ambas disciplinas ha permanecido sin alteración. Hay que admitir, en efecto, que ciertas cuestiones de filosofía iban mezcladas con cuestiones fundamentales de matemáticas. Por ejemplo, el número cero para nosotros los matemáticos no ha constituido nunca una dificultad especial. Mientras para los filósofos ha representado un tema de inagotables discusiones. Ellos no podían admitir que un número no representa nada. Espinuda materia. Se necesitó no poco tiempo para llegar a separar las nociones filosóficas ligadas a la nada de las nociones matemáticas del



El prof. Fréchet en su biblioteca.

número cero. Algo semejante sucedió más adelante cuando nació el Cálculo Diferencial. Por ejemplo, no se hacía diferencia entre una cantidad infinitesimal y una cantidad tendiente al cero. Era la misma cosa. Hoy, en cambio, las distinguimos y hacemos intervenir la convergencia hacia el cero. En una época más reciente, Cantor introdujo nociones nuevas, si bien ha mezclado sus ideas propiamente matemáticas, muy profundas, con consideraciones filosóficas que sólo han servido para oscurecerlas. Una de las contribuciones de la escuela matemática francesa es precisamente la de haberlas separado completamente, haber aliviado las nociones matemáticas aportadas por Cantor de sus mismas consideraciones filosóficas. Se puede decir que el esfuerzo continuo del matemático moderno es cabalmente liberarse de las consideraciones filosóficas, no porque las encuentre desestimables, sino porque necesita mantener sus pies en la tierra.

—*¿Ha dado esta escisión entre Matemáticas y Filosofía buenos frutos?*

Fréchet: Ciertamente: las matemáticas se han desarrollado súbitamente mejor. Los matemáticos —así liberados— han tratado de alcanzar dos objetivos: por una parte, han tratado de explicar los fenómenos naturales y, por otra, han procurado armonizar y generalizar los resultados obtenidos del estudio de la Naturaleza.

—*Pero la complejidad de los fenómenos de la naturaleza es tal que ninguna matemática presumirá poder descubrirlos completamente.*

Fréchet: En efecto, es así. Es imposible tomar en cuenta todas las circunstancias que intervienen en un fenómeno natural. Por ejemplo, una mosca que vuela a Río de Janeiro influye en la posición del centro de gravedad del sistema terrestre, no obstante lo cual es claro que no se puede ni se debe tenerla en cuenta. En otras palabras, en todos los fenómenos naturales hay un cierto número, más propiamente una infinidad de circunstancias accesorias que es necesario desestimar para poder interpretarlas. El resultado es, pues, sustituir cualquier fenómeno natural que se quiera estudiar por un fenómeno bastante más sencillo que mantenga las características esenciales y desheche las demás. Se puede decir que es en esto en lo que se ve lo singular del gran hombre de ciencia: él sabe distinguir mejor que los demás, en los fenómenos naturales, sus características esenciales de aquellas que no lo son.

—*¿La búsqueda de las características esenciales en las matemáticas de hoy está entregada solamente al proce-*

dimiento lógico? o bien, ¿es la intuición la que desempeña también su parte?

Fréchet: Intervienen ambas. En esta clase de procedimiento asistimos a tres fases, tres estadios. El primero ya fue descrito por el gran filósofo inglés Bacon, y es el que mi colega Destouches ha denominado la "síntesis inductiva". Frente a fenómenos muy complejos se trata de discernir cierta regularidad. Estas regularidades son al principio limitadas, pero poco a poco, avanzando el estudio, se transforman en regularidades más generales. Entonces se pasa a la segunda fase, en la que estas regularidades son presupuestas como axiomas. Se tiene así un estadio propiamente matemático, en que se habla de definiciones y de axiomas que no tienen necesariamente un sentido en el mundo real. En el reino de las matemáticas puras, en el cual encontramos la intuición y la lógica en acción común. La intuición parte de los axiomas y de las definiciones y luego interviene la lógica para permitir que se deduzcan de aquéllas algunas propiedades. Existe, por último, un tercer estadio que Bacon no llegó a imaginar. Consiste en servirse de las propiedades demostradas para interpretar el mundo concreto. Habrá así dos géneros de aproximaciones: uno antes de los axiomas, y uno después de los axiomas. El sistema no puede dar sino resultados aproximados, pero no queda otro camino, es lo único que podemos hacer. El progreso consiste en obtener aproximaciones siempre más avanzadas.

—*Usted hablaba también de un segundo objetivo de las matemáticas modernas, el de generalizar y hacer armónicos los resultados obtenidos del estudio de los fenómenos naturales. Aquí entramos más definitivamente —me parece— en el dominio de las matemáticas puras, de la abstracción absoluta, en una matemática, dicho de otro modo, que no tiene ya contacto con el mundo real.*

Fréchet: Esta dirección de la investigación tiende a introducir ciertas nociones que no tienen efectivamente un origen concreto, pero sirven para simplificar justamente esos problemas matemáticos de que hemos hablado antes. Por ejemplo, si consideramos las transformaciones geométricas, vemos que existen algunas inspiradas por el mundo real. Pero hay otras también en las matemáticas propiamente dichas que no me parecen en absoluto inspiradas por la naturaleza.

—*Por espacio de muchos siglos de coloquios entre Filosofía y Matemáticas, el hombre ha pensado que la verdad era una cosa matemáticamente investigable y demostrable. Hoy ya no lo cree. ¿Cuáles son las relaciones actuales entre Matemáticas y Verdad?*

Fréchet: No puedo contestar su pensamiento de manera exacta, pero si nos ponemos en el punto de vista de los fenómenos naturales —como le explicaba denantes—, observamos que la matemática sustituye el fenómeno natural por un fenómeno abstracto y es el fenómeno abstracto por consiguiente el que consiente estudiar el fenómeno natural, aunque sólo sea a través de una aproximación. Por lo tanto, las matemáticas no permiten obtener una verdad perfecta, una perfecta exactitud en la descripción y previsión de los fenómenos naturales. Permiten solamente dar una imagen aproximada de ellos. El progreso consiste —como le decía— en llevar lo más lejos posible esta aproximación. Por otra parte, si los resultados de este género son obtenidos por ahora sólo en ciertos campos, también es cierto que los territorios accesibles al matemático van aumentando en número, y podríamos empezar a intervenir por ejemplo en la genética, la económica, la farmacología, etc. . . .

—A propósito de verdad metafísica, ¿podríamos agregar tal vez que también en lo que concierne al problema de la existencia de Dios o de lo Absoluto, del Uno, de las Causas Primeras las matemáticas han renunciado a probarla después de no pocos experimentos? ¿Cómo podríamos plantearnos hoy este problema, cara a cara con nuestra lógica?

Fréchet: No comprendo bien la pregunta. Sin embargo, le diré desde luego que también en eso las matemáticas han hecho un gran esfuerzo por liberarse de esas interferencias de orden filosófico. El problema de la existencia de Dios no es un problema matemático.

—De acuerdo; pero usted ha comprendido ciertamente el doble fondo de mi pregunta. Seré más explícito. Para discutir el problema de Dios, el filósofo se ha vuelto más a menudo a las matemáticas que a otras ciencias. ¿Qué dice entonces el matemático de hoy a este respecto? Cantor mismo se interesó vivamente por este asunto.

Fréchet: Bien. Trataré de contestarle explícitamente. En toda religión existen una moral y una revelación. Las morales enseñadas por las religiones modernas son más o menos idénticas y nunca se ha hecho ver lo suficiente la despreocupación de esas morales respecto al caso del hombre solo —Robinson Crusoe— antes de la llegada de Viernes —no estaba obligado a someterse a ninguna moral. La moral religiosa aparece así sólo como un conjunto de reglas destinadas a mantener cierto orden en una colectividad. Pero las mayores dificultades comienzan con las revelaciones. No parece

en absoluto —por vía de ejemplo— que Dios omnipotente pueda o quiera dirigirse directamente a los hombres. Delega a otros hombres. Nosotros podemos o no creerles. Es una cuestión de confianza y aun de fe. Pero miremos la manera cómo ellos divulgan la voluntad de Dios. Parten de un lugar determinado, envían emisarios en todas direcciones, y todo esto lo hacen según los recursos de la época: a pie, a caballo, en automóvil. Pues bien, hoy un hombre toma el teléfono y se comunica con otras partes de la Tierra. Lo que puede este hombre, el omnipotente bien podría hacerlo mejor. Podría dar a conocer su pensamiento a cualquier hombre donde quiera que éste se encuentre. En cambio, existen millones de individuos que ni siquiera han oído nombrar ni a Dios ni a sus profetas. Se podrían encontrar otros motivos de perplejidad en la enseñanza de cualquier religión. Y hay hombres de Ciencia —matemáticos y no matemáticos— que por éste y otro camino del pensamiento han llegado a un agnosticismo total. Otros científicos, en cambio —de no inferior valor—, profesan una religión. La conclusión es que ninguna lógica, ninguna ciencia y, por lo mismo, tampoco las matemáticas pueden dar una respuesta a este problema.

—Para defender su concepto del infinito, Cantor dijo que para demostrar la realidad del "infinito creado" era más fácil partir de la observación del creado antes que del concepto de un creador.

Fréchet: Sí, pero pienso que muchas nociones matemáticas no son otra cosa que simplificaciones de la naturaleza. La recta, por ejemplo . . . La recta —tal como se la encuentra tratada en las obras de Euclides— es la recta ilimitada, es una abstracción. Nunca hemos visto una recta ilimitada y no sabemos si se puede concebir una recta ilimitada. Sucede lo mismo con la concepción de los números enteros. Podemos concebir una sucesión de números enteros cada vez que tenemos que hacer con los fenómenos naturales. No necesitamos más que tomar para cada magnitud física su valor entero. Estos valores enteros son siempre números (infinitos). Pero, a medida que el tiempo transcurre, se llega a considerar números finitos siempre más grandes. Los primitivos, por ejemplo, no podían contar sino hasta 20, número de dedos de los pies y de las manos; más tarde, Arquímedes quiso indicar número muy grandes y considerar —por ejemplo— el número máximo de granos de pimienta que se habían podido esparcir sobre el mundo total conocido hasta entonces. Pero en todas las épocas siempre se tuvo un número que era el más grande de todos los números conocidos hasta ese momento. Y entonces —según mi punto de vista personal— la noción de la infinitud del conjunto

de los números enteros es una noción abstracta. Es una idealización de la noción del número finito. Así, volviendo al punto de saber si el transfinito de Cantor es una noción concreta, pienso que la respuesta es "no". Es un concepto abstracto muy útil, muy importante, pero que —en mi opinión— no corresponde a la realidad concreta,

—Me hace usted traer a la mente una frase de Reichenbach: "entre filósofos matemáticos no puede haber lugar para ninguna diferencia de opiniones". Por lo tanto, existe en matemáticas "una última palabra". ¿No debería ésta coincidir con la verdad?

Fréchet: Confieso no entender bien lo que dijo Reichenbach sobre ese particular, ya que tanto los filósofos como los matemáticos en sus diferentes campos profesan a menudo opiniones muy diversas. Aún más: dos matemáticos bien podrían estar de acuerdo sobre cuestiones matemáticas, pero no en materias filosóficas. En estas condiciones, ¿quién se atrevería a creer en una "última palabra"?

—Existe todavía otro motivo de perplejidad: para demostrar que "a" es igual a "a", Kleene debió emplear diecisiete líneas. ¿Por qué el razonamiento es tanto más laborioso e inferior a la intuición?

Fréchet: La verdad se deja concebir sin más como "alcanzable" por la que nos guía a menudo para hacernos elegir la dirección que debemos seguir para acercarnos a la verdad. Pero no es la intuición sino el razonamiento lo que da pruebas. Este doble movimiento es característico del matemático actual. En la búsqueda de lo verdadero matemático hay siempre dos fases: la primera, en la que nos dejamos guiar por la intuición; la segunda, en la cual debemos demostrar que la intuición fue exacta. Y bien puede suceder obviamente que el resultado de la segunda fase sea negativa, esto es, que la intuición resulte haber errado.

—Cabalmente las antinomias de la Teoría de los Conjuntos en la Nueva Matemática ofrecen ejemplos en contra de la tesis según la cual toda proposición debería ser verdadera o falsa. ¿No existe entonces en las matemáticas la posibilidad de establecer lo verdadero y lo falso?

Fréchet: Podría citar a propósito un ejemplo de nuestro gran matemático Emile Borel, recientemente desaparecido. Es un ejemplo muy interesante: tomemos cierta cantidad de arena y hagámosla escurrir lentamente sobre una mesa. ¿En qué momento tendremos

un cúmulo de arena? No se puede decir que sea en un momento determinado. La respuesta de Borel es la siguiente: "hay una probabilidad de que haya un cúmulo de arena, una probabilidad que al comienzo es nula, pero que a medida que aumenta llega finalmente a ser igual a la unidad.

—Me parece comprender que las matemáticas de hoy están hechas más bien para abrir interrogantes que para dar respuestas.

Por ello, le pregunto a Ud., profesor ¿son morales las matemáticas? ¿Pueden ellas sernos útiles para deducir la moralidad de las acciones humanas? ¿Pueden ser útiles para la Ética así como lo son para la especulación tecnológica?

Fréchet: ¿Morales, las matemáticas? Creo que no. Un bandolero y un santo pueden ser buenos matemáticos por igual. Hubo un matemático francés de valor que fue asesino. Que las matemáticas puedan prestar utilidad aun a la Ética, bueno... podría ser.

Las matemáticas pueden socorrer a la Moral para indicarle respuestas a ciertas preguntas que el hombre se formula cuando quiere ser moral, pero no son ellas mismas las llamadas a dar la respuesta. En cambio, la matemática puede ser útil en las Ciencias Humanas, por ejemplo en Estética.

Recibí hace algún tiempo una publicación llena de representaciones de curvas matemáticas, cuyas ecuaciones eran más o menos complicadas. En esa colección de curvas había algunas que tenían una apariencia artística, otras un poco menos. Un artista habría podido hacer una selección entre ellas.

—Usted se ha preocupado particularmente del Cálculo de Probabilidades. En las nuevas matemáticas, el cálculo representa un camino, un horizonte de aventura. ¿Podríamos hallar en ello un nuevo contacto entre matemáticas y Filosofía? ¿Cree usted, por ejemplo, que eso tendrá una influencia importante en la actividad del hombre?

Fréchet: Sin duda, el Cálculo de Probabilidades está asumiendo una importancia siempre mayor, ya sea como especulación matemática o en ciertas formas aplicadas como la Estadística y la Econometría. Esta última ciencia es una rama de la Economía Política, en la cual el aspecto cuantitativo es tan importante como el cualitativo. A los economistas les ha gustado siempre utilizar números, pero sin formular jamás leyes matemáticas. El Cálculo de Probabilidades puede servir igual y excelentemente en Biología, etc.

—¿Puede dar también el Cálculo de Probabilidades una dimensión a la filosofía del hombre?

Fréchet: Sí.

—Es decir, ¿puede ayudar a comprender mejor la vida del hombre?

Fréchet: Sí, porque nosotros no sabemos nada de manera absolutamente exacta. En la mayoría de los casos, a una pregunta precisa estamos obligados a contestar: es probable que... y esto, ya sea en forma vulgar, en el sentido vulgar que se aplica a la palabra "probable", o bien, de una manera más precisa como cuando se dice, por ejemplo: "hay una probabilidad de $\frac{3}{4}$ para que tal cosa se realice". El Cálculo de Probabilidades puede así servir en las decisiones. El Cálculo de Probabilidades nació con el estudio de los juegos, de los juegos de naipes en particular. Luego fue siendo formulado a través de elementos que han producido cierto

número de propiedades. Hoy día ha entrado en casi todas las ciencias.

—Una de las interrogantes más angustiosas y tal vez más insolubles del hombre es si todo está determinado a priori o no. ¿Puede servir el Cálculo de Probabilidades al respecto para dar un paso adelante?

Fréchet: Se citan a menudo algunas célebres frases del gran matemático Laplace, que parecen significar que todo está determinado a priori. En verdad, Laplace quería decir algo diverso, esto es, que todo estaría determinado a priori si se conocieran todos los datos iniciales. Pero, dado que no conocemos estos datos iniciales, no nos queda sino servirnos del Cálculo de Probabilidades. Es un arma nueva que nos ha dado la nueva matemática para ayudarnos a entender y a entendernos. A entender, quiero decir, con aproximaciones siempre más avanzadas. He ahí una empresa valerosa y nadie puede decir a dónde podrá llevarnos.

¿HOMBRES O AUTOMATAS EN EL ESPACIO?

por KARL STEINBUCH

Universidad Técnica de Karlsruhe

Es difícil decidir si conviene más enviar a su órbita las naves del espacio no tripuladas o con pilotos humanos. Influyen aquí puntos de vista contradictorios que deberán ser cuidadosamente sopesados. Entran en juego aspectos del prestigio político, del derecho, consideraciones militares y posibilidades técnicas y fisiológicas.

Plantaremos aquí sobre todo la cuestión de hasta qué punto pueden ser asumidas por autómatas las funciones inteligentes del ser humano.

Es improbable que el problema "hombre o autómatas en el espacio" sea definitivamente resuelto en un futuro próximo. La decisión correcta depende de diversos factores; en primer término del estado del avance técnico, de la meta, de la finalidad y la duración del vuelo espacial.