Ings.: Salomón Chornik Steingard
Modesto Collados Núñez

(Dedicado a la memoria del Profesor don Pedro Godoy Pérez)

Efecto de fuerzas horizontales sobre muros de albañilería

Segunda Parte

ESTUDIO DEL CONJUNTO DE MUROS

Problema propuesto

El problema que abordamos consiste en determinar la deformación de un conjunto de muros de longitudes d_1, d_2, d_3, d_n ligados entre sí, y las fuerzas Q_1, Q_2, Q_3, Q_n absorbidas por cada muro por efecto de una fuerza Q horizontal.

Exponemos tres soluciones de este problema aplicables en los casos que se explican:

a) *Método clásico,* aplicable y recomendable si se cumple la condición $\frac{2Qh}{p\Sigma d^2} \leq \frac{1}{3}$

b) *Método simplificado,* aplicable para valores de $\frac{2Qh}{p\Sigma d^2}$ comprendidos entre 0,2 y 0,8; sus resultados dan una aproximación suficiente para la práctica del cálculo.

c) *Método riguroso.*—En este método, partiendo de los resultados dados por el método simplificado, puede obtenerse la precisión que se desee mediante aproximaciones sucesivas. Es recomendable su uso si se cumple la condición $\frac{2Qh}{p\Sigma d^2} > \frac{1}{3}$

Método clásico

Según la fórmula 1) la deformación Z del conjunto y de cada uno de los muros es

$$Z = \frac{4h^3}{Eb} Q_1 \frac{1}{d_1^3} \left(1 + \frac{3}{4}\left(\frac{d_1}{h}\right)^2\right)$$

$$Z = \frac{4h^3}{Eb} Q_2 \frac{1}{d_2^3} \left(1 + \frac{3}{4}\left(\frac{d_2}{h}\right)^2\right)$$

$$Z = \frac{4h^3}{Eb} Q_3 \frac{1}{d_3^3} \left(1 + \frac{3}{4}\left(\frac{d_3}{h}\right)^2\right)$$

$$Z = \frac{4h^3}{Eb} Q_n \frac{1}{d_n^3} \left(1 + \frac{3}{4}\left(\frac{d_n}{h}\right)^2\right)$$

Despejando en cada una de estas ecuaciones Q_1, Q_2, Q_3, Q_n y sumando obtenemos, teniendo presente que $\Sigma Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + \ldots Q_n = Q$ y volviendo a despejar a Z.

$$Z = \frac{4}{Eb} \frac{Q}{\Sigma \dfrac{\left(\frac{d}{h}\right)^3}{1 + \frac{3}{4}\left(\frac{d}{h}\right)^2}} \qquad 21)$$

de donde remplazando este valor de Z en cada una de las expresiones anteriores obtenemos

$$Q_1 = Q \frac{\dfrac{\left(\frac{d}{h}\right)^3}{1 + \frac{3}{4}\left(\frac{d_1}{h}\right)^2}}{\Sigma \dfrac{\left(\frac{d}{h}\right)^3}{1 + \frac{3}{4}\left(\frac{d}{h}\right)^2}} \quad Q_2 = Q \frac{\dfrac{\left(\frac{d}{h}\right)^3}{1 + \frac{3}{4}\left(\frac{d_2}{h}\right)^2}}{\Sigma \dfrac{\left(\frac{d}{h}\right)^3}{1 + \frac{3}{4}\left(\frac{d}{h}\right)^2}} \quad Q_n = Q \frac{\dfrac{\left(\frac{d}{h}\right)^3}{1 + \frac{3}{4}\left(\frac{d_n}{h}\right)^2}}{\Sigma \dfrac{\left(\frac{d}{h}\right)^3}{1 + \frac{3}{4}\left(\frac{d}{h}\right)^2}} \qquad 22)$$

Método simplificado

Para el caso general, cualesquiera que sean los valores de $\frac{2Qh}{pd^2}$ correspondientes a cada d y Q, podemos aplicar un cálculo simplificado basado en la fórmula 16).

$$\frac{Eb}{hp} Z = 6{,}6 \left(\frac{2Qh}{pd^2}\right)^{\frac{3}{2}}$$

por lo tanto para cada muro tendremos

$$\frac{Eb}{hp} Z = 6{,}6 \left(\frac{2Q_1h}{pd_1^2}\right)^{\frac{3}{2}}$$

$$\frac{Eb}{hp} Z = 6,6 \left(\frac{2 Q_2 h}{p d_2^2}\right)^{\frac{3}{2}}$$

$$\frac{Eb}{hp} Z = 6,6 \left(\frac{2 Q_n h}{p d_n^2}\right)^{\frac{3}{2}}$$

De donde se deduce

$$\frac{2 Q_1 h}{p d_1^2} = \frac{2 Q_2 h}{p d_2^2} = \ldots\ldots \frac{2 Q_n h}{p d_n^2} = \frac{2 Q h}{p \Sigma d^2}$$

y por lo tanto

23) $$\frac{Eb}{hp} Z = 6,6 \left(\frac{2 Q h}{p \Sigma d^2}\right)^{\frac{3}{2}}$$

24)
$$Q_1 = Q \frac{d_1^2}{\Sigma d^2}$$

$$Q_2 = Q \frac{d_2^2}{\Sigma d^2}$$

$$\vdots$$

$$Q_n = Q \frac{d_n^2}{\Sigma d^2}$$

MÉTODO RIGUROSO

Estudiemos primeramente el siguiente problema de carácter general: Dada una función

I) $$u = f\left(\frac{æ Q}{d^k}, d\right)$$

siendo æ y K constantes, Q y d son variables.

Se pide determinar un valor U y los n valores $Q_1, Q_2, Q_3, \ldots Q_n$ tales que cumplan las siguientes condiciones

II) $$Q_1 + Q_2 + Q_3 + \quad Q_n = Q$$

$$U = f\left(\frac{æ\, Q_1}{d_1^k}, d_1\right) = f\left(\frac{æ\, Q_2}{d_2^k}, d_2\right) = f\left(\frac{æ\, Q_3}{d_3^k}, d_3\right) \quad = f\left(\frac{æ\, Q_4}{d_n^k}, d_n\right)$$

correspondiendo a cada valor d_1, d_2, d_3, d_n un valor $Q_1, Q_2 \quad Q_n$

Supongamos que es posible determinar un cierto valor U′ aproximado de U junto con ciertos valores aproximados $Q_1', Q_2', Q_3' \ldots Q_n$ de $Q_1, Q_2, Q_3, \ldots Q_n$ tales que

III) $$Q_1' + Q_2' + Q_3' + \ldots\ldots Q_n' = Q$$

Estos valores aproximados reemplazados en I) dan los siguientes valores de U correspondientes a cada valor $d_1, d_2 \ldots d_n$.

IV)
$$u_1 = f\left(\frac{æ Q_1'}{d_1^k}, d_1\right)$$

$$u_2 = f\left(\frac{æ Q_2'}{d_2^k}, d_2\right)$$

$$u_3 = f\left(\frac{æ Q_3'}{d_3^k}, d_3\right)$$

$$u_n = f\left(\frac{æ Q_n'}{d_n^k}, d_n\right)$$

Derivando parcialmente la expresión I) con respecto a la variable Q tenemos una función

$$\frac{\delta \mu}{\delta \frac{æ Q}{d_k}} = \frac{d^k}{æ} \frac{\delta u}{\delta Q} = \varphi\left(\frac{æ Q}{d^k}, d\right)$$

Aceptando la aproximación de reemplazar las diferenciales por incrementos suficientemente pequeños tenemos

$$\frac{d^k}{æ} \frac{\Delta u}{\Delta Q} = \varphi\left(\frac{æ Q}{d^k}, d\right)$$

y designando

$$\frac{d_1^k}{æ} \frac{\Delta u_1}{\Delta Q_1'} = \varphi\left(\frac{æ Q_1'}{d^k}, d_1\right) = r_1$$

$$\frac{d_2^k}{æ} \frac{\Delta u_2}{\Delta Q_2'} = \varphi\left(\frac{æ Q_2'}{d^k}, d_2\right) = r_2$$

$$\frac{d_3^k}{æ} \frac{\Delta u_3}{\Delta Q_3'} = \varphi\left(\frac{æ Q^{3'}}{d_3^k}, d_3\right) = r_3$$

$$\frac{d_n^k}{æ} \frac{\Delta u_n}{\Delta Q_n'} = \varphi\left(\frac{æ Q_n'}{d_n^k}, d_n\right) = r_n$$

Reemplazando en estas expresiones

IV)
$$\Delta u_1 = U - u_1 \qquad \Delta Q = Q_1 - Q_1'$$
$$\Delta u_2 = U - u_2 \qquad \Delta Q = Q_2 - Q_2'$$
$$\Delta u_3 = U - u_3 \qquad \Delta Q = Q_3 - Q_3'$$
$$\Delta u_n = U - u_n \qquad \Delta Q = Q_n - Q_n'$$

Obtenemos:

$$\text{V)} \quad \begin{aligned} (U - u_1)\frac{d_1^k}{r_1\,æ} &= Q_1 - Q_1' \\ (U - u_2)\frac{d_2^k}{r_2\,æ} &= Q_2 - Q_2' \\ (U - u_3)\frac{d_3^k}{r_3\,æ} &= Q_3 - Q_3' \\ (U - u_n)\frac{d_n^k}{r_n\,æ} &= Q_n - Q_n' \end{aligned}$$

Sumando y teniendo presente II).

$$\text{VI)} \qquad U\,\Sigma\frac{d^k}{r} - \Sigma\frac{u\,d^k}{r} = O$$

siendo
$$\Sigma\frac{d^k}{r} = \frac{d_1^k}{r_1} + \frac{d_2^k}{r_2} + \frac{d_3^k}{r_3} + \ldots \frac{d_n^k}{r_n}$$

y
$$\Sigma\frac{u\,d^k}{r} = \frac{u_1 d_1^k}{r_1} + \frac{u_2 d_2^k}{r_2} + \frac{u_3 d_3^k}{r_3} + \ldots \frac{u_n d_n^k}{r_n}$$

Designando

$$\text{VII)} \qquad F\left(\frac{æ\,Q}{d^k},\, d\right) = \frac{f\left(\frac{æ\,Q}{d^k},\, d\right)}{\varphi\left(\frac{æ\,Q}{d^k},\, d\right)}$$

y los valores
$$F\left(\frac{æ\,Q_1'}{d^k_1},\; d_1\right) = m_1$$
$$F\left(\frac{æ\,Q_2'}{d^k_2},\; d_2\right) = m_2$$
$$F\left(\frac{æ\,Q_3'}{d^k_3},\; d_3\right) = m_3$$
$$F\left(\frac{æ\,Q_n'}{d^k_n},\; d_n\right) = m_n$$

Tenemos de VI)

$$\text{VIII)} \qquad U = \frac{\Sigma\, m\, d^k}{\Sigma\, m\, \frac{d^k}{u}}$$

siendo
$$\Sigma\, m\, d^k = m_1 d_1^k + m_2 d^k_2 + m_3 d_3^k + \ldots m_n d_n^k$$
$$\Sigma\, m\frac{d^k}{u} = m_1\frac{d_1^k}{u_1} + m_2\frac{d_2^k}{u_2} + m_3\frac{d_3^k}{u_3} + \ldots m_n\frac{d^k_n}{u_n}$$

De las fórmulas V)

$$\text{IX)} \quad \begin{aligned} Q_1 &= Q_1'\left[1 + \left(\frac{U}{u_1} - 1\right)\frac{m_1}{\frac{æ\,Q_1}{d_1^k}}\right] \\ Q_2 &= Q_2'\left[1 + \left(\frac{U}{u_2} - 1\right)\frac{m_2}{\frac{æ\,Q_2}{d_2^k}}\right] \\ Q_3 &= Q_3'\left[1 + \left(\frac{U}{u_3} - 1\right)\frac{m_3}{\frac{æ\,Q_3}{d_3^k}}\right] \\ Q_n &= Q_n'\left[1 + \left(\frac{U}{u_n} - 1\right)\frac{m_n}{\frac{æ\,Q_n}{d_n^k}}\right] \end{aligned}$$

Las fórmulas VIII y IX) resuelven el problema propuesto con la rigurosidad que se desee. Si queremos una mayor aproximación que la dada por los valores obtenidos de una primera aplicación de estas fórmulas, repetimos el proceso. Con los valores de IX) mediante la fórmula IV) obtenemos nuevos valores de u_1, u_2, $u_3 \ldots u_n$, y la fórmula VIII nuevos valores m_1, m_2, $\ldots$ m_n que nos conducen mediante VIII) y IX) a valores más exactos de U y Q_1, Q_2, $Q_3 \ldots Q_n$.

Volviendo a nuestro problema, la función dada por I) corresponde a las fórmulas 1) y 13) tabuladas ambas en tabla 1. Siendo

$$u = \frac{E\,b\,z}{h\,p}$$

y
$$\frac{æ\,Q}{d^k} = \frac{2\,Q\,h}{p\,d^2}$$

las derivadas parciales son

para $\frac{2Q\,h}{pd^2} \leqq \frac{1}{3}$
$$\varphi\left(\frac{2Q\,h}{pd^2},\, d\right) = \frac{\delta\left(\frac{Eb}{h\,p}\,z\right)}{\delta\,\frac{2\,Q\,h}{pd^2}} = \frac{2}{\left(\frac{d}{h}\right)}\left(1 + \frac{3}{4}\left(\frac{d}{h}\right)^2\right)$$

para
$$\frac{2Qh}{p\,d^2} \geqq \frac{1}{3}$$

$$\varphi\left(\frac{2Q\,h}{pd^2}, d\right) = \frac{\delta\,\frac{Eb}{h\,p}\,z}{\delta\,\frac{2Q\,h}{pd^2}} = \frac{2}{\left(\frac{d}{h}\right)\frac{2Qh}{p\,d^2}}\left[A^2 - \frac{2}{27\left(\frac{2Q\,h}{p\,d^2}\right)^2}\left(18\,A - 12\,\mathrm{Log}\,A - 17\right) + \frac{3}{2}\left(\frac{d}{h}\right)A\right]$$

para
$$\frac{2Qh}{p\,d^2} \leqq \frac{1}{3} \quad \text{se tiene}$$

$$F\left(\frac{2Qh}{pd^2},\ d\right) = \frac{f\left(\frac{2Qh}{pd^2},\ d\right)}{\varphi\left(\frac{2Qh}{pd^2},\ d\right)} = \frac{2Qh}{pd^2}$$

o sea

$$F\,\frac{\left(\frac{Qh}{pd^2},\ d\right)}{\frac{2Qh}{pd^2}} = 1$$

por lo tanto

$$\frac{m_1}{\frac{2Q_1h}{pd_1^2}} = \frac{m_2}{\frac{2Q_2h}{pd_2^2}} = \frac{m_3}{\frac{2Q_3h}{pd_3^3}} = \cdots \frac{m_n}{\frac{2Q_nh}{pd_n^2}} = 1$$

Para $\frac{2Qh}{pd^2} \geqq \frac{1}{3}$ se verifica que $\frac{F\left(\frac{2Qh}{pd_2},\ d\right)}{\frac{2Qh}{pd^2}}$ no es constante como en el caso de $\frac{2Qh}{pd^2} \leqq \frac{1}{3}$. En el límite $\frac{2Qh}{pd^2} = \frac{1}{3}$ es 1, y en el límite $\frac{2Qh}{pd^2} = 1$ es 0.

En la Tabla siguiente damos los valores $\frac{m}{\frac{2Qh}{pd^2}}$ correspondientes a valores de $\frac{2Qh}{dp^2}$ y $\frac{d}{h}$ que se indican:

TABLA N.° 2

Valores $\frac{m}{\frac{2Qh}{pd^2}}$

$\frac{2Qh}{pd^2}$ \ $\frac{h}{d}$	0,2	1,0	2,0	3,0
≦ 0,333	1	1	1	1
0,50	0,76	0,79	0,79	0,80
0,60	0,51	0,57	0,62	0,64
0,75	0,28	0,32	0,39	0,42
0,85	0,16	0,19	0,25	0,28
0,99	0,01	0,01	0,01	0,01
1,00	0	0	0	0

Como $\frac{m}{\frac{2Qh}{pd^2}}$ varía dentro de los límites considerados entre 0 y 1, es posible sin afectar la rigurosidad del método de cálculo (pues en todo caso se puede obtener la precisión deseada) adoptar un valor promedio $\frac{m}{\frac{2Qh}{pd^2}} = \frac{1}{2}$ supuesto constante para cada valor de $\frac{2Qh}{pd^2}$ y $\frac{d}{h}$. De esta manera, las fórmulas VIII) y IX) se convierten en

$$\frac{Eb}{hp}Z = \frac{\Sigma m\, d^2}{\Sigma m \frac{d^2}{\frac{Eb}{hp}z}} = \frac{\Sigma \frac{m}{\frac{2Qh}{pd^2}}}{\Sigma \frac{m}{\frac{2Qh}{pd^2}} \frac{Q'}{\frac{Eb}{hp}z}} = \frac{\Sigma Q'}{\Sigma \frac{Q'}{\frac{Eb}{hp}z}}$$

25) $$\frac{Eb}{hp}Z = \frac{Q}{\Sigma \frac{Q'}{\frac{Eb}{hp}z}}$$

y finalmente

26)
$$Q_1 = \frac{Q_1'}{2}\left(1 + \frac{\frac{Eb}{hp}z}{\frac{Eb}{hp}z_1}\right)$$
$$Q_2 = \frac{Q_2'}{2}\left(1 + \frac{\frac{Eb}{hp}z}{\frac{Eb}{hp}z_2}\right)$$
$$Q_3 = \frac{Q_3'}{2}\left(1 + \frac{\frac{Eb}{hp}z}{\frac{Eb}{hp}z_3}\right)$$
$$Q_n = \frac{Q_n'}{2}\left(1 + \frac{\frac{Eb}{hp}z}{\frac{Eb}{hp}z_n}\right)$$

EJEMPLO DE APLICACIÓN

Supongamos un edificio industrial de un piso de 4,5 mts. de altura. Su estructura resistente está formada por 2 pórticos de concreto armado y por muros exte-

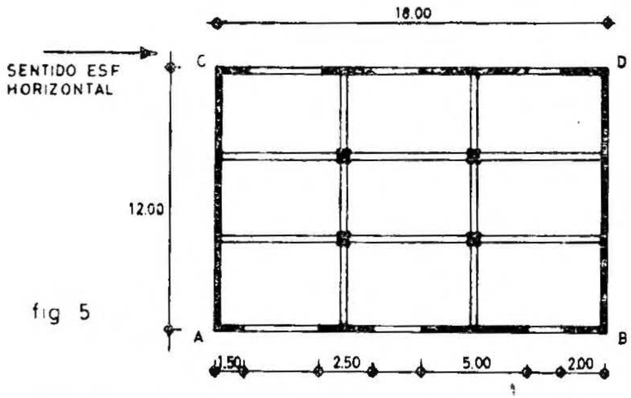

fig 5

carga total de 1.000 Kgs./m². Aceptamos que siendo la rigidez de los pórticos pequeña en relación con la rigidez de los muros para la determinación de la deformación en conjunto de muros puede considerarse que el esfuerzo horizontal es totalmente absorbido por los muros. (Fig. 5).

Estimando el esfuerzo horizontal resistido por el edificio debido a efecto sísmico en

$$H = 0,1 \times 12,0 \times 18,0 \times 1.000 = 21.600 \text{ Kgs.}$$

cada conjunto de muros *AB* y *CD* absorbe un esfuerzo horizontal

$$Q = 10.800 \text{ Kgs.}$$

APLICACIÓN DEL MÉTODO CLÁSICO

Disponemos el cálculo como sigue:

Muros $d =$	$\frac{d}{h}$	$\dfrac{\left(\frac{d}{h}\right)^3}{1 + \frac{3}{4}\left(\frac{d}{h}\right)^2}$
1,50 m.	0,335	0,0370
2,00 m.	0,445	0,0770
2,50 m.	0,560	0,1420
5,00 m.	1,120	0,7200
Σ d = 11,00 m.		

$$\Sigma \frac{\left(\frac{d}{h}\right)^3}{1 + \frac{1}{3}\left(\frac{d}{h}\right)^2} = 0,9760$$

según 21) y 22) $$E\,b\,Z = \frac{4\,Q}{\Sigma \dfrac{\left(\frac{d}{h}\right)^3}{1 + \frac{3}{4}\left(\frac{d}{h}\right)^2}} = \frac{4.10800}{0,976} = 44200$$

$$Q_1 = 10800 \frac{0,037}{0,976} = 410$$

$$Q_2 = 10800 \frac{0,077}{0,976} = 850$$

$$Q_3 = 10800 \frac{0,142}{0,976} = 1560$$

$$Q_4 = 10800 \frac{0,720}{0,976} = 7980$$

Se verifica $\quad Q \quad = 10800$

APLICACIÓN DEL MÉTODO SIMPLIFICADO

Disponemos el cálculo como sigue

Muros $d =$	d^2
1,50 m.	2,25
2,00 m.	4.00
2,50 m.	6,25
5,00 m.	25,00
Σ d = 11,00 m.	Σ d² = 37,50

La carga por metro lineal de muro transmitida por la losa del techo del edificio puede estimarse en

$$p = \frac{1000 \cdot 2 \cdot 18}{\Sigma\, d} = \frac{3600}{11} = 3270$$

formando $$\frac{2\,Q\,h}{p\,\Sigma\,d^2} = \frac{2 \cdot 10800 \cdot 4,5}{3270 \cdot 37,5} = 0,80$$

y aplicando fórmulas 23) y 24).

$$\frac{E\,b}{h\,p} Z = 6,6 \left(\frac{2\,Q\,h}{p\,\Sigma d^2}\right)^{\frac{3}{2}} = 6,6 \sqrt[5]{0,80} = 4,8$$

$$Q_1 = 10800 \frac{2,25}{37,50} = 650$$

$$Q_2 = 10800 \frac{4,00}{37,50} = 1150$$

$$Q_3 = 10800 \frac{6,25}{37,50} = 1800$$

$$Q_4 = 10800 \frac{25,00}{37,50} = 7200$$

$$10800$$

Aplicación del método riguroso

Partimos de los datos proporcionados por el método simplificado

$$Q_1' = 650$$
$$Q_2' = 1160$$
$$Q_3' = 1800$$
$$Q_4' = 7200$$

Al valor $\dfrac{2Q_1'h}{p\,h_1^2} = \dfrac{2Q_2'h}{p\,h_2^2} = \dfrac{2Q_3'h}{p\,h_3^2} = \dfrac{2Q_4'h}{p\,h_4^2} = 2\dfrac{R\,h}{p\Sigma d^2} = 0{,}8$

corresponde de acuerdo con la Tabla 1 a cada valor de $\dfrac{d}{h}$

$\dfrac{d}{h}$	$\dfrac{Eb}{hp}Z$	$\dfrac{Q'}{\frac{E\,b\,z}{h\,p}}$
0,335	10,8	$\dfrac{650}{10,8} = 60$
0,445	8,2	$\dfrac{1160}{8,2} = 143$
0,560	7,0	$\dfrac{1800}{7,0} = 257$
1,120	4,9	$\dfrac{7200}{4,9} = 1470$

Aplicando 25) y 26)

$$\frac{E\,b}{h\,p}Z = \frac{Q}{\Sigma\dfrac{Q'}{\frac{E\,b\,z}{h\,p}}} = \frac{10800}{1930} = 5{,}6$$

$$Q_1 = \frac{Q_1'}{2}\left(1 + \frac{\frac{E\,b\,z}{h\,p}}{\frac{E\,b\,z_1'}{h\,p}}\right) = \frac{650}{2}\left(1 + \frac{5{,}6}{10{,}8}\right) = 490$$

$$Q_2 = \frac{Q_2'}{2}\left(1 + \frac{\frac{E\,b\,z}{h\,p}}{\frac{E\,b\,z_2'}{h\,p}}\right) = \frac{1160}{2}\left(1 + \frac{5{,}6}{8{,}2}\right) = 960$$

$$Q_3 = \frac{Q_3'}{2}\left(1 + \frac{\frac{E\,b\,z}{h\,p}}{\frac{E\,b\,z_3'}{h\,p}}\right) = \frac{1800}{2}\left(1 + \frac{5{,}6}{7{,}0}\right) = 1650$$

$$Q_4 = \frac{Q_4'}{2}\left(1 + \frac{\frac{E\,b\,z}{h\,p}}{\frac{E\,b\,z_4'}{h\,p}}\right) = \frac{7200}{2}\left(1 + \frac{5{,}6}{4{,}9}\right) = 7600$$

se verifica $\quad Q = 10800$

Si no estamos satisfechos con el valor de z y los valores de Q_1, Q_2, Q_3, Q_4 obtenidos formamos cada valor $\dfrac{2Q'h}{p\,d^2}$ y recurrimos nuevamente a la tabla 1.

$\dfrac{d_1}{h}$	$\dfrac{2Q'h}{p\,d^2}$	$\dfrac{E\,b\,z}{h\,p}$	$\dfrac{Q}{\frac{E\,b\,z}{h\,p}}$
0,335	$\dfrac{2\cdot 490\cdot 4{,}5}{3\cdot 270\cdot 1{,}5^2} = 0{,}60$	4,7	$\dfrac{490}{4,7} = 104$
0,445	$\dfrac{2\cdot 960\cdot 4{,}5}{3270\cdot 2^2} = 0{,}65$	4,3	$\dfrac{960}{4,3} = 223$
0,560	$\dfrac{2\cdot 1650\cdot 4{,}5}{3270\cdot 2{,}5^2} = 0{,}72$	5,5	$\dfrac{1650}{5,5} = 300$
1,120	$\dfrac{2\cdot 7600\cdot 4{,}5}{3270\cdot 5^2} = 0{,}83$	5,5	$\dfrac{7600}{5,5} = 1380$
		$\Sigma\dfrac{Q'}{\frac{E\,b\,z}{h\,p}}$	$= 2007$

de donde $\quad \dfrac{E\,b\,z}{h\,p} = \dfrac{Q}{\Sigma\dfrac{Q'}{\frac{E\,b\,z}{h\,p}}} = \dfrac{10800}{2007} = 5{,}4$

y los nuevos valores de Q_1, Q_2, Q_3, y Q_4, resultan

$$Q_1 = \frac{1}{2}\;490\left(1 + \frac{5{,}4}{4{,}7}\right) = 530$$

$$Q_2 = \frac{1}{2}\;960\left(1 + \frac{5{,}4}{4{,}3}\right) = 1080$$

$$Q_3 = \frac{1}{2}\;1650\left(1 + \frac{5{,}4}{5{,}3}\right) = 1660$$

$$Q_4 = \frac{1}{2}\;7500\left(1 + \frac{5{,}4}{5{,}5}\right) = 7500$$

se verifica $\quad Q = 10800$

Si formamos cada valor $\frac{2Qh}{p\,d^2}$ y determinamos mediante la tabla 1 los valores correspondientes de $\frac{E\,b\,z}{h\,p}$ obtenemos el valor coincidente

$$\frac{2Q_1h}{p\,d_1^2} = 0{,}64 \qquad \frac{E\,b\,z_1}{h\,p} = 5{,}5$$

$$\frac{2Q_2h}{p\,d_2^2} = 0{,}72 \qquad \frac{E\,b\,z_2}{h\,p} = 5{,}5$$

$$\frac{2Q_3h}{p\,d_3^2} = 0{,}72 \qquad \frac{E\,b\,z_3}{h\,p} = 5{,}5$$

$$\frac{2Q_4h}{p\,d_4^2} = 0{,}83 \qquad \frac{E\,b\,z_4}{h\,p} = 5{,}5$$

Por lo tanto, podemos aceptar como definitivos los valores Q_1, Q_2, Q_3 y Q_4 determinados como asimismo el valor $\frac{E\,b\,z}{h\,p} = 5{,}5$

COMENTARIOS.

En el ejercicio anterior podemos observar que el método clásico nos da el resultado

$$\frac{E\,b\,z}{h\,p} = \frac{44100\,\cdot}{4{,}5\cdot 32700} = 3{,}0$$

lo que significa un error por defecto del 46% en relación con el valor proporcionado por el método riguroso. El método simplificado da un error únicamente del 14%.

En rigor, el método clásico proporciona valores exactos, de acuerdo con nuestra teoría, si se cumple la condición de que cada valor $\frac{2Q_1h}{p\,d_1^2}$, $\frac{2Q_2h}{p\,d_2^2}$, $\frac{2Q_3h}{p\,d_3^2}$ $\frac{2\,Q_n\,h}{p\,d_n^2}$ sea inferior a lo sumo igual a 0,333, condición que no se cumplía en nuestro ejercicio.

Podemos establecer, sin error apreciable, como límite de aplicabilidad de los métodos clásico y riguroso, el valor $\frac{2Qh}{p\,\Sigma\,d^2} = 0{,}333$.

S. Ch. S. y M. C. N.