ARTÍCULO

La curva catenaria: *Geometría que resuelve*

Por Mijail Chávez Palacios

RESUMEN

Este ensayo explora la evolución histórica de la construcción de estructuras desde la Antigüedad hasta la actualidad, destacando cómo las matemáticas y la geometría han sido fundamentales en la resolución de problemas arquitectónicos y de ingeniería. Se centra en la curva catenaria, cuyas propiedades fueron revolucionadas en el siglo XIX por Antoni Gaudí, quien las utilizó en el diseño de algunos de sus edificios más emblemáticos. A lo largo del texto se subraya la importancia del entendimiento matemático en la arquitectura, mostrando cómo los principios geométricos pueden influyen en el desarrollo de técnicas constructivas más eficientes y sostenibles. Además, se examina cómo la inspiración en formas naturales, como la catenaria, no solo resuelve problemas estructurales, sino que también abre nuevas áreas de investigación, como la biomímesis y la bioarquitectura. Estas disciplinas continúan evolucionando en la actualidad, impulsadas por el legado de figuras como Gaudí y su visión de una arquitectura integrada con las leyes de la naturaleza.

Palabras clave:
arquitectura, catenaria, estructuras, geometría

"El gran libro, siempre abierto y que tenemos que hacer un esfuerzo para leer, es el de la Naturaleza, y los otros libros se toman a partir de él, y en ellos se encuentran los errores y malas interpretaciones de los hombres". Esta frase atribuida a Antoni Gaudí refleja su profunda admiración por las formas naturales y cómo estas inspiran su trabajo, este enfoque naturalista, característico del arquitecto español, representante máximo del modernismo catalán, no sólo subraya la belleza intrínseca de la naturaleza, sino que aplicada a la profesión del autor también revela una conexión esencial entre naturaleza y arquitectura.

En arquitectura e ingeniería, la construcción de edificios y estructuras no son solo una expresión de creatividad y estética, sino también disciplinas que exigen un profundo entendimiento matemático y geométrico. Cada línea, curva y ángulo en un diseño arquitectónico tiene una implicancia directa en la estabilidad y funcionalidad de la estructura, lo que convierte a la geometría en un lenguaje esencial de los arquitectos e ingenieros.

A través de los siglos, la combinación de la teoría geométrica con la práctica estructural ha impulsado importantes progresos en el diseño y la mejora de las construcciones. Este enfoque multidisciplinario ha permitido, por ejemplo, el desarrollo de cúpulas, puentes y arcos que no solo desafían la gravedad, sino que también maximizan la eficiencia en el uso de materiales y recursos.

La influencia de la geometría en la construcción y el diseño de estructuras se remonta a 5000 a.C. En los valles del Tigris y el Éufrates en Mesopotamia, la geometría se aplicó con fines utilitarios, abarcando desde la construcción de templos hasta la creación de puentes (Ortiz Fernández, 2005). Estos primeros usos de la geometría permitieron a las antiguas civilizaciones construir estructuras duraderas y funcionales, estableciendo las bases para la ingeniería estructural. Posteriormente, Euclides, en el año 177 a.C., sistematizó el conocimiento geométrico de su época en su famosa obra "Los Elementos" (Rojas et al., 2016). Este tratado no sólo consolidó y esquematizó el saber geométrico de su tiempo, sino que también marcó el auge de la aplicación de estas áreas en la planificación y construcción de todas las civilizaciones que lo rodeaban durante siglos.

Tras siglos de revolución y descubrimientos en matemáticas puras y aplicadas, se desarrollaron estructuras con geometrías cada vez más novedosas, que si se pone atención algunas se pueden presenciar en el entorno natural, una de ellas, es la catenaria, que fue clave para resolver problemas estructurales relacionados con fuerzas de tracción, compresión y gravedad.

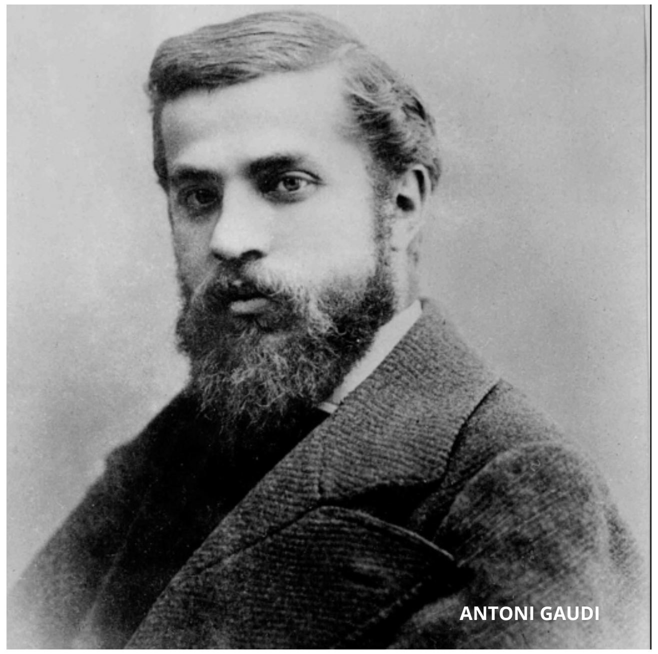
La catenaria nace del problema de la cadena suspendida entre dos puntos, abordado por científicos como Leonardo da Vinci, Galileo Galilei y Robert Hooke, hasta su resolución en 1691. Antes de encontrar la ecuación paramétrica de la curva catenaria Robert Hooke, en 1670, planteó en una de las prestigiosas reuniones de la Royal Society (de la que también formaba parte Isaac Newton): *"Ut pendet continuum flexile, sic stabit contiguum rigidum inversum*", lo que se traduce como: "Del mismo modo que cuelga el hilo flexible así, pero invertido, se sostendrá el arco rígido" (Huerta 2013). "Es decir, la cadena colgante invertida, con una masa xxx distribuida uniformemente a lo largo de su longitud, es la forma que adopta un arco perfecto. Y con el arco perfecto, hoy se entiende que Robert Hooke se refería a la catenaria."

Sin embargo, las propiedades de la catenaria o arco perfecto aplicadas en la construcción son relativamente nuevas. Fueron popularizadas por el arquitecto catalán Antonio Gaudí (1852-1926) en el siglo XIX, quien utilizó arcos de formas parabólicas, catenarias y arcos antifuniculares, formas nada habituales dentro de la tradición arquitectónica occidental de su época (Huerta, 2013). Gaudí empleó arcos catenarios en proyectos como la Casa Milà, el Colegio de las Teresianas, la capilla de la Colonia Güell y la Sagrada Familia, lo que le permitió dotar a sus estructuras de una notable resistencia. Esto se debe a que la catenaria permite que el peso se distribuya de manera que la estructura esté sometida solo a fuerzas tangenciales, las cuales se neutralizan entre sí (Ayuntamiento, 2002).

Gracias al uso de esta curva y de otras formas innovadoras, como el paraboloide hiperbólico, Gaudí optimizó los cálculos y el uso de materiales de manera ingeniosa. Con esta visión, el arquitecto catalán cambió los paradigmas de la arquitectura y la ingeniería desde el siglo XX en adelante, abriendo el camino, directa e indirectamente, a ciencias como la biomímesis y la bioarquitectura. Ambas corrientes, al igual que Gaudí, encuentran en la naturaleza su fuente de inspiración: la biomímesis busca desarrollar tecnologías innovadoras y sostenibles para resolver problemas humanos, mientras que la bioarquitectura tiene como objetivo minimizar el impacto ambiental de los edificios en el entorno y la sociedad (Cabrices, R. O., 2011). Desde el siglo XX, muchas obras han incorporado parábolas y catenarias en su diseño. Eugène Freyssinet fue un precursor en el uso de estructuras a compresión, destacándose por la construcción de dos hangares en el Aeropuerto de Orly (París) con una forma de bóveda catenaria. Además, no se puede hablar de arcos catenarios sin mencionar el *Gateway Arch* en San Luis (Misuri, EE. UU.), probablemente el arco catenario más famoso en la arquitectura (Jiménez, 2020).

Estas figuras geométricas, al adaptarse naturalmente a las fuerzas de un campo gravitatorio uniforme, permiten una optimización significativa en el uso de materiales y la distribución de cargas, resultando en construcciones más eficientes y sostenibles. Estas formas no solo han revolucionado el diseño estructural, sino que también han abierto nuevas áreas de estudio en la estática de sólidos, las estructuras laminares y las ciencias de los materiales. De manera similar, en su momento, las geometrías antifuniculares cambiaron el enfoque en sus respectivas áreas al demostrar cómo las formas naturales pueden optimizar el rendimiento estructural.

A medida que la tecnología avanza, la investigación en estas áreas sigue evolucionando, abriendo nuevas oportunidades para mejorar la eficiencia estructural y promover prácticas de construcción más sostenibles. La obsesión de Gaudí por las formas geométricas, como la catenaria, allanó el camino para el desarrollo de técnicas de optimización que hoy se emplean en un contexto de rápido progreso en la potencia y capacidades gráficas de



los ordenadores.

Estas técnicas se han convertido en herramientas clave para generar diseños geométricos alternativos que mejoran el comportamiento mecánico de las estructuras y cumplen de manera óptima con las restricciones tensionales y condiciones constructivas (Tomás, Martí, & Solano, 2002). Un ejemplo de estas herramientas es el análisis por elementos finitos, ampliamente estudiado y aplicado, que permite predecir con precisión los esfuerzos y deformaciones que soportará una pieza o conjunto bajo diferentes cargas (Lazo & Rojas, 2006).

Para contextualizar más se realizará un análisis histórico desde la época clásica, de los problemas estructurales que atormentaron a ingenieros y arquitectos de civilizaciones antiguas, y cómo se desarrolló el ingenio para solucionar estos problemas a través de preguntas como ¿Qué forma debe tener mi edificio para que no se caiga? ¿Qué es lo más económico? ¿Qué requiere menos esfuerzo? Luego, se verá cómo la catenaria se relaciona con todos estos problemas estructurales, incluyendo soluciones e ideas que grandes científicos modernos aportaron en sus respectivas áreas de estudio como lo fue Robert Hooke inspirando la solución al famoso arquitecto Christopher Wren para diseñar la cúpula de la Catedral de San Pablo en el Londres del siglo XVII, donde el cálculo estructural y el diseño de esta fue mediante el uso de arcos catenarios (Cervilla García, 2019).

En esta investigación se examinaron las increíbles propiedades de la curva catenaria y su aplicación en el diseño de arcos. Aunque la demostración físico-matemática que desafió a grandes matemáticos y genios hasta el siglo XVII no será revisada en esta edición, debido a que requiere conocimientos previos en cálculo diferencial y mecánica clásica, se explorará cómo Antoni Gaudí implementó el arco perfecto, o mejor conocido como arco catenario, en sus obras. Desde su proceso de diseño con las famosas maquetas colgantes

hasta la manera en que utilizó esta curva para optimizar el cálculo estructural, sus métodos siguen siendo apreciados y estudiados en la actualidad. El trabajo de Gaudí es un ejemplo claro de cómo el entendimiento matemático, en este caso aplicado a la geometría de la catenaria, ha sido fundamental para resolver problemas estructurales en la arquitectura. Así, esta investigación abordará la pregunta central: **¿Cómo influyó esta curva en el desarrollo de la arquitectura y cómo su implementación permitió superar una serie de desafíos estructurales en la edificación?** y qué relevancia y proyecciones tiene en la actualidad este enfoque más interesado en figuras poco convencionales que pueden encontrarse en la naturaleza.

Desafíos estructurales

En la historia de la humanidad, la construcción de edificios ha enfrentado todo tipo de desafíos: desastres naturales, guerras, desplazamientos humanos, entre otros. Sin embargo, cada uno permitió el desarrollo de estructuras únicas y soluciones innovadoras que se aplican en construcción y que es posible ver en todas las ciudades del mundo. Por ejemplo, las antiguas civilizaciones para crear una abertura utilizaban pilares, vigas o dinteles, que se usan hasta hoy.

El sistema de pilar y dintel consta de tres componentes: dos pilares o columnas separadas lo suficiente para crear una abertura y una viga que se coloca encima que se llama dintel, que según su longitud modera la distancia entre los pilares. Los ejemplos más antiguos de este sistema son Stonehenge en Reino Unido (3100 a.c), Gantley (2023) y el Partenón en Grecia (447-438 a.c).

Sin embargo, el dintel tiene ciertas limitaciones: transfiere las cargas verticalmente a los pilares. Es por esto que las estructuras con dinteles requerían una cantidad significativa de pilares para soportar el peso encima. Para visualizar este fenómeno, en la figura 1 se observa como el peso de un elefante deforma la estructura.

Para comprender mejor el fenómeno físico, se entienden las fuerzas asociadas al dintel como el esfuerzo que se realiza. La deformación de los sólidos se explica en términos de esfuerzo y deformación: el esfuerzo es la fuerza externa que actúa en un objeto por unidad de área de sección transversal y su resultado es una deformación (Serway, R., Jewett, J. Jr., 2008), como se observa en la figura 2.

Históricamente, el sistema viga dintel fue un desafío para los antiguos arquitectos ya que se requería de grandes cantidades de material para que estas estructuras se soporten. La única manera que tenía el arquitecto de evitar que la viga se rompiera era haciéndola muy gruesa y acercando las columnas, así se construyó el Partenón. Sin embargo, en el 6000 a.c en Mesopotamia se ideó un tipo de estructura más eficiente, capaz de resistir de manera más uniforme las fuerzas y soportar mayor peso encima: el arco. Si bien los primeros arcos se hicieron en Mesopotamia, no fue hasta la época clásica, en Roma, donde se volvió una estructura clave y predominante en su arquitectura.

A diferencia de la arquitectura adintelada, los arcos tienen la capacidad de redistribuir las cargas y el peso a lo largo de su forma curva, lo que ayuda a minimizar la concentración de fuerzas en puntos específicos y construir estructuras más estables y resistentes (L. Basset Salom et al., 2011). También, son excelentes para resistir fuerzas de compresión, ya que éstas se transfieren a lo largo de la curva, lo que reduce la tensión en los materiales.

Debido a su eficiencia en la distribución de cargas y su capacidad para resistir las fuerzas de compresión, el arco se convirtió en una obra arquitectónica común. Durante el Imperio Romano se utilizaron para construir puentes, acueductos, palacios y monumentos como el Coliseo Romano, que contiene múltiples arcos hechos de piedra tallada.

Los arcos erigidos en la cultura occidental fueron concebidos a partir de curvaturas menos eficientes derivadas del círculo, que eran más simples de construir pero menos estables, lo que requería algún tipo de soporte vertical para evitar su apertura. Aquí es esencial resaltar cómo los avances matemáticos contribuyeron a mejorar las construcciones y viceversa. La utilización de la geometría como respuesta razonada a desafíos históricos, se convirtió en un colaborador fundamental en la fase de diseño al adaptarse a los principios estéticos de cada época. Además, la geometría ha demostrado ser una herramienta esencial para resolver problemas, tanto en la construcción como a lo largo de la vida útil del edificio, como afirmaba Le Corbusier: "la geometría solucionará los problemas de la arquitectura". Este enfoque no solo busca la funcionalidad, sino también la belleza y la solidez en la creación de estructuras que perduren en el tiempo (Sampedro & Javier, 2011).

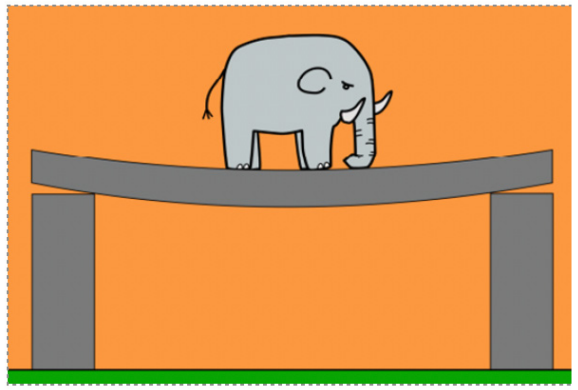


Figura 1: Elefante generando peso sobre dintel (Rosario Cedrés, A. 2013)

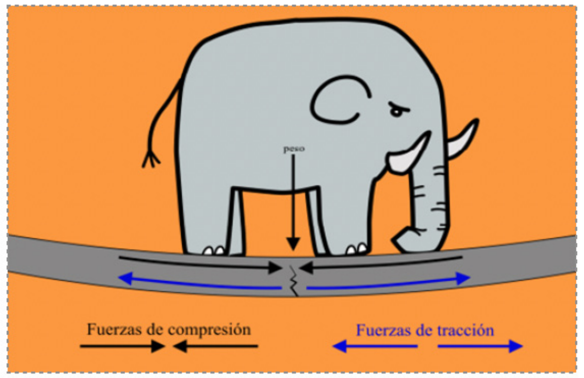


Figura 2

Tras la caída del Imperio Romano, el arco siguió siendo una estructura común en Europa. En la Baja Edad Media imperó el estilo Románico y se continuó construyendo arcos de medio punto, semicirculares, que se caracterizaban por su robustez. Los arcos románicos eran utilizados para construir iglesias, castillos y otros edificios religiosos y militares. Durante la Alta Edad Media surgieron los arcos ojivales, que eran más altos y puntiagudos. Se consideran elegantes debido a que permitían realizar estructuras más altas e incorporar vitrales, característicos del Gótico (L. Basset Salom et al., 2011). Sin embargo, ambos tipos de arco requerían soportes (contrafuerte) a los lados para distribuir de manera efectiva las cargas que viajan por efecto de las fuerzas peso y gravedad, lo que implica mayor cantidad de material. Un ejemplo actual es la Catedral de Notre Dame, que tiene contrafuertes en sus fachadas laterales.

El problema de la cadena colgante

El Renacimiento (siglo XV-XVI) trajo consigo las primeras teorías científicas. Leonardo Da Vinci (1452-1519) escribió: "el arco no es más que una fuerza causada por dos debilidades: en efecto, el arco en los edificios está compuesto por dos cuartos de círculo y cada uno de ellos, débil por sí mismo, desea caer, pero oponiéndose cada uno a la ruina del otro, las dos debilidades se transforman en una sola fuerza… los cuartos se empujan mutuamente", y añadió que dichos cuartos deberán ser iguales. El artista, matemático y filósofo también postuló que "el arco trabaja de forma análoga puesto del derecho que del revés", lo que demuestra que sabía que la catenaria debía ser, el antifunicular de las fuerzas sobre las dovelas del arco (Gescovich & Vedoya, 2023).

Da Vinci presenta en Occidente el problema de la curva catenaria, que es aquella cuyo trazado sigue la forma que adquiere una cadena o cuerda de densidad uniforme y perfectamente flexible, sujeta por sus dos extremos y que se encuentra sometida únicamente a las fuerzas de la gravedad. En 1638, Galileo Galilei publicó en sus Diálogos sobre dos nuevas ciencias que la cadena suspendida en el aire adopta forma de parabólica. Expresado en una fórmula, esto quiere decir

$$f(x) = ax2$$

Sin embargo, no fue hasta 1676 que Christiaan Huygens demostró que la forma geométrica de la curva no era una parábola, sino otra curva. Recién en 1691, Johann Bernoulli, Gottfried Leibniz y Christiaan Huygens resolvieron el problema de forma simultánea e independiente, tras haber sido propuesto como reto un año antes por Jakob Bernoulli en la revista Acta Eruditorum (Fernández-Jiménez, 2020).

Un dato curioso: el interés de Johann Bernoulli por este enigma surgió después de una disputa con su hermano mayor, Jakob, quien había dedicado varios años y muchos esfuerzos a intentar demostrar qué era una parábola. Johann, quizás con la única intención de burlarse, demostró en una noche que la catenaria no se correspondía con una parábola. Si no que, en realidad, la ecuación de la curva catenaria está dada por:

$$y = acosh(x/a)$$

La estabilidad geométrica inherente a la catenaria es un fenómeno fascinante. Su forma intrínseca actúa como un mecanismo de autorregulación, resiste las perturbaciones y restablece la geometría original ante desplazamientos. Esta propiedad d¬¬erivada de la solución matemática confirma la eficiencia y resistencia que la naturaleza logra al buscar equilibrios en la interacción de fuerzas. Por ejemplo, la podemos encontrar en todo objeto colgante que se sustente por dos puntos como las lianas en las selvas, la tela de araña también adopta forma de curva catenaria (Gescovich & Vedoya, 2023).

Aplicación al diseño de arcos

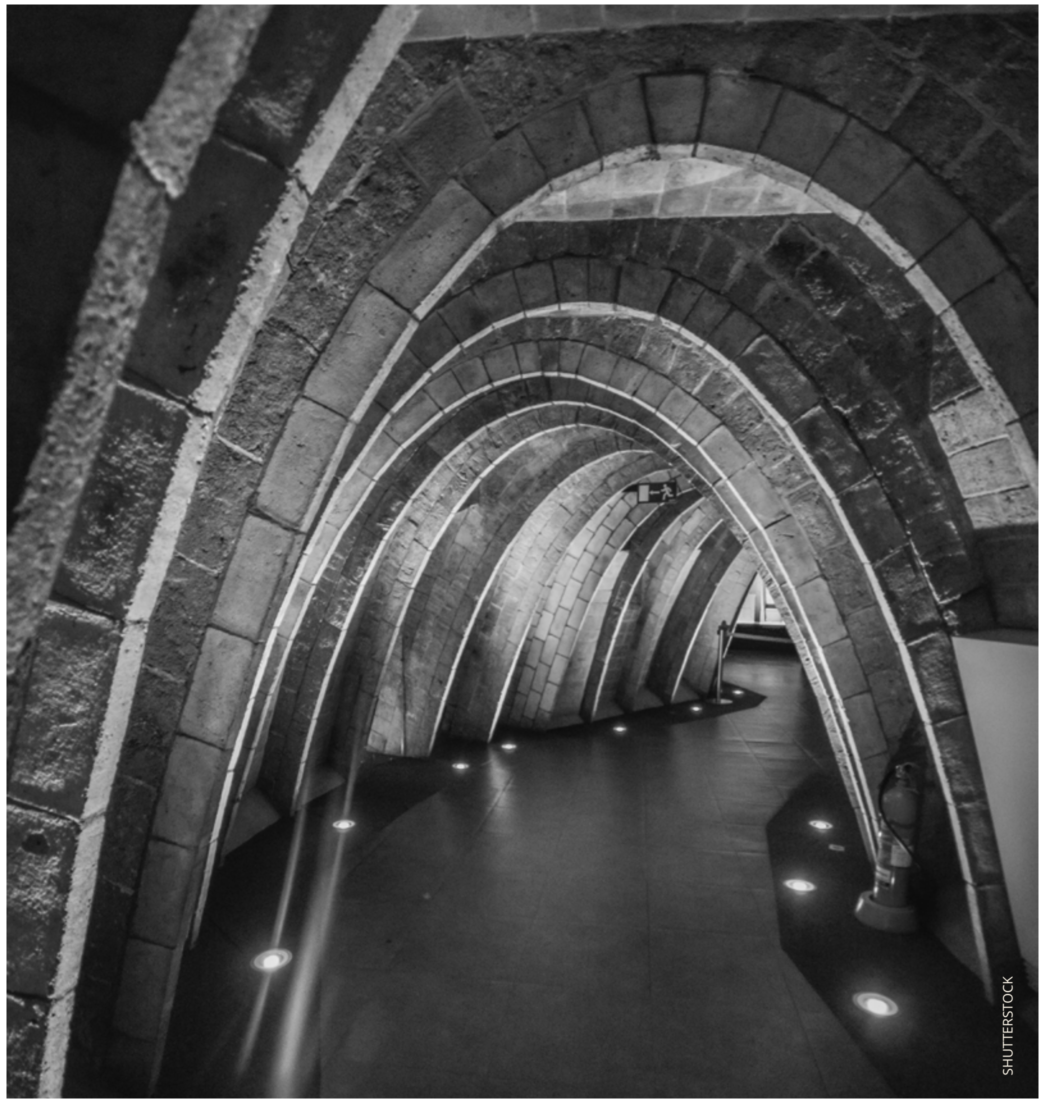
Tras presentar la curva catenaria de forma matemática y visualizar sus propiedades físicas, podemos mostrar su implementación en el diseño de arcos y en la arquitectura. Tal como lo señaló Gregory (1697): "si arcos de otras formas se sostienen es porque hay una catenaria en su interior".

La catenaria invertida exhibe la forma ideal para un arco sin resistencia a las fuerzas de tracción ni la apertura de sus extremos, debido a las fuerzas de empuje hacia afuera (fuerza de compresión). Esta propiedad física la hace muy beneficiosa para la construcción de superficies abovedadas, arcos y diversas estructuras.

La relación entre la catenaria y el diseño de arcos radica en que un arco que sigue la geometría de una catenaria invertida experimentará únicamente fuerzas de compresión. Similar a una cadena colgante que distribuye su peso de manera uniforme, el arco que adopta la forma de una catenaria invertida distribuye de manera homogénea la compresión del peso a lo largo de su estructura. Por lo tanto, esta forma es ideal para un arco sujeto solo a su propio peso, lo que elimina la necesidad de elementos externos para reforzar la estructura (Fernández-Jiménez, 2020). En arquitectura, la estructura que aprovecha las ventajas mecánicas de la catenaria recibe el nombre de arco catenario.

El arco catenario dio paso a un concepto arquitectónico conocido como arco funicular (figura antifunicular), que también presenta características constructivas óptimas y se puede obtener fácilmente reproduciendo (invertidos) los efectos de cargas puntuales sobre una curva catenaria (Zarraga M. 2010). Las formas funiculares se refieren a los trazados óptimos que adoptan las estructuras bajo la acción exclusiva de fuerzas gravitacionales, minimizando la energía potencial en respuesta a cargas aplicadas. Si las cargas puntuales se distribuyen equidistante entonces la curva obtenida será una parábola, muy similar a la catenaria. La teoría de las formas funiculares se desarrolló en el siglo XIX, con contribuciones significativas de ingenieros y matemáticos como Gaspard de Prony y Karl Culmann en su libro Graphische Statik en 1866 (Huerta, S. 2013). Si bien Robert Hooke realizó aportes importantes a la teoría de estructuras, se le atribuye haber iniciado con su conceptualización del diseño ideal un arco que soporte sólo su propio peso, es decir la catenaria (Sáez Sánchez, 2021).

Para crear este tipo de arco, se debe fijar una cuerda o cadena de forma que se permita su curvatura natural. Luego, se aplican cargas puntuales hasta lograr la forma deseada. Finalmente, se invierte la curva obtenida y se utiliza para


SHUTTERSTOCK

propósitos arquitectónicos, la forma invertida es la que se denomina antifunicular. Además, en arcos catenarios de igual longitud, se verifica que a medida que la altura aumenta, disminuye el empuje horizontal en los puntos de apoyo, lo que posibilita la construcción de estructuras altas con mínima fuerza lateral (Gescovich & Vedoya, 2023).

Pese a estos avances, desde el siglo XVII siguieron predominando los arcos derivados del círculo o arcos de medio punto. Aunque eran menos eficientes desde el punto de vista estructural y económico, se preferían por su simplicidad en la construcción y por los medios y tecnología disponible. Sin embargo, algunos ingenieros y arquitectos ingleses adoptaron figuras funiculares como la catenaria. Uno de los primeros usos prácticos de esta técnica (considerando que aún no se desarrollaba el análisis complejo de figuras funiculares) se realizó gracias al físico y matemático inglés Christopher Wren, quien colaboró con Robert Hooke en el proyecto de restauración de la Catedral de San Pablo de Londres tras el gran incendio en 1666 (Saez, Sanchez. 2021). No será hasta finales del siglo XIX con la llegada del Modernismo cuando los arquitectos, entre los que destaca Antonio Gaudí, comiencen a utilizar los arcos catenarios (Zarraga M. 2010). El arquitecto catalán es probablemente el primero en investigar y hacer uso en su obra de la catenaria y otros arcos antifuniculares.

Gaudí recibió una gran formación en la Facultad de Ciencias de la Universidad de Barcelona donde, en ese entonces, tenían asignaturas comunes arquitectos, ingenieros y científicos. Debido a esto y al acceso que tuvo a los conocimientos técnicos de Cullmann (1866) sobre estática gráfica (Huerta, S. 2013) y el estudio de modelos catenarios de Poleni sobre la Cúpula de San Pedro (1748), consideró esta figura en su estudio.

A pesar de su innovación al introducir la catenaria en la arquitectura, también experimentó con superficies poco convencionales y novedosas, como las superficies regladas, que se caracterizan por describirse mediante el movimiento de una línea recta, como por ejemplo el cilindro, el cono y el paraboloide hiperbólico. Algunas construcciones que adoptan estas formas presentan propiedades de estructuras laminares, más conocidas como *shells*. Estas se caracterizan por su delgadez y distribuir el peso de manera eficiente. Hoy las estructuras laminares, en términos generales, constituyen un campo en constante expansión en el ámbito ingenieril. Esteo se debe a la creciente complejidad de las estructuras que requieren análisis y a la necesidad de implementar algoritmos de cálculo que puedan emplearse de manera más amplia en análisis rutinarios, como por ejemplo en aplicaciones de Diseño Asistido por Computadora (C.A.D.).

La introducción de estas figuras por arquitectos como Gaudí influyó significativamente en el desarrollo de las estructuras laminares por la fiabilidad en los métodos de cálculo, como subrayó Dvorkin en 1987. El desafío era encontrar la forma de un arco que fuera capaz de resistir una carga específica, definida por las líneas de trasdós e intradós. El trasdós representa el plano superior convexo de un arco o bóveda, mientras que el intradós es el interior que debe adquirir una forma equilibrada. Estos arcos o catenarias transformadas, se encuentran en puentes, arcadas, estructuras sobre puertas o que soportan forjados o bóvedas (Huerta, S. 2013).

La solución matemática exacta para el problema del arco catenario perfecto para sostener, carga ya había sido estudiada. Yvon Villarceau (1853) abordó la cuestión específica de puentes, mientras que Rankine (1858) proporcionó una solución general para cualquier carga, estableciendo las bases teóricas para la implementación de los arcos catenarios transformados.

Gaudí entendía que las construcciones debían surgir desde la estabilidad y no al revés, desde el inicio tuvo un interés por el diseño de una estructura estable. Por eso la catenaria le resultaba tan atractiva, ya que elimina las fuerzas laterales y distribuye la compresión de forma totalmente homogénea, característica que le permitía crear estructuras elevadas, elegantes y estables (Alsina y Gómez Serrano 2002). El arquitecto decía: “La catenaria da elegancia y espiritualidad al arco, elegancia y espiritualidad para la construcción entera. La función autoestable de la catenaria evita contrafuertes, el edificio pesa menos, gana una gracia vaporosa y se aguanta sin raros accesorios ortopédicos” (Gescovich & Vedoya, 2023).

Gaudí abordó sus obras con una visión integral desde el principio y otorgó especial relevancia al sistema estructural. A diferencia de lo común que implicaba verificar la estabilidad al finalizar el diseño, lo integró desde sus primeras etapas creativas. Utilizó modelos colgantes que le permitieron llegar de manera inmediata a la forma del arco, enfoque que combina hábilmente con la estática gráfica, que es el intento de calcular estructuras con métodos principalmente gráficos (Huerta, S. 2013), como los diagramas de cuerpo libre. El problema más habitual con el que tuvo que lidiar fue el de obtener la forma de un cable (o arco) que soporta un peso proporcional a la distancia vertical entre su directriz (la línea central en la estructura de un arco) y una cierta línea horizontal. No podía resolverlo de forma directa, pues matemáticamente conlleva dificultades, pero empleó métodos gráficos iterativos o modelos colgantes que, dadas las excelentes propiedades mecánicas de estas familias de curvas, fueron suficientes para garantizar la estabilidad de las estructuras (Fernández-Jiménez, 2020). Gaudí también usó arcos con otras formas su trasdós relleno, con un muro consistente aprovechando la proposición de Gregory (“si un arco se sostiene es porque su catenaria está contenida en su espesor”), que le permitía usar arcos catenarios simétricos para sostener cargas asimétricas.

Modelos colgantes tridimensionales

El primer modelo tridimensional que Gaudí creó fue para la Iglesia de la Colonia Güell. En el proyecto creó una reproducción a escala 1:10 para las medidas de longitud (1:10.000 para el peso): mediante hilos que simulaban columnas, arcos y pesos suspendidos para reproducir las cargas, consiguió determinar las formas adecuadas. Bastaba, posteriormente, con fotografiar la maqueta e invertir la fotografía, para conocer la forma ideal de los arcos (Zarraga M. 2010). Esto marcó una etapa fundamental en su exploración arquitectónica. Aunque el proyecto no pudo ser concluido debido a desafíos financieros, representó un laboratorio de experimentación para el genio catalán.

En la práctica, utilizó saquitos de arena para realizar ajustes en el esqueleto colgante de la estructura del proyecto. La maqueta no sólo fue una representación visual, sino también una herramienta tangible para experimentar con formas tridimensionales (Gescovich & Vedoya, 2023). Para darle volumen a la estructura, Gaudí adoptó enfoques creativos, ya sea invirtiendo la fotografía después de capturarla o añadiendo detalles con lápiz sobre la imagen. Estas estrategias formaron parte de su metodología única y experimental, destacando su habilidad para fusionar arte y ciencia en la arquitectura.

Cuando la maqueta obtenía la forma deseada, Gaudí le daba volumen. El modelo colgante funcionaba como una “máquina de proyectar”, como la llamó Collins (1971). Cuando se obtenía una forma satisfactoria, trataba de representar el espacio colocando papeles de seda pegados a las cadenas interiormente para que dieran volumen, o dibujando sobre una fotografía del modelo. Finalmente, medía sobre el modelo para dibujar los planos. El proceso era laborioso (Fernández-Jiménez, 2020), Gaudí diseñaba con atención en la estructura, la fusionaba y abordaba desde el principio para evitar hacer cálculos posteriores una vez que el espacio estaba concebido. Se puede decir que se trataba de un ejercicio de perfeccionamiento del Gótico porque el objetivo final era verticalizar las cargas, aunque tratara de hacerlo sin contrafuertes y destacando el uso de la geometría por encima del peso. Entre las numerosas opciones y enfoques que podría haber seleccionado, Gaudí optó por la perspectiva mecánica (Saez, Sanchez. 2021).

Conclusión

La catenaria, una intrigante curva matemática y física, ha dejado una marca perdurable en la intersección entre ciencia y arquitectura. Su elegante simetría, derivada de la gravedad actuando sobre una cadena suspendida, se describe mediante complejas funciones matemáticas, destacando su importancia en la arquitectura como fuente de inspiración para diseñadores y constructores.

La simbiosis entre las matemáticas y las disciplinas constructivas como la arquitectura e ingeniería ha evolucionado a lo largo de la historia revelando un cambio de paradigma que ha dado lugar a soluciones innovadoras, mostrando como la imitación de la naturaleza puede ser la vía más efectiva para abordar problemas estructurales. La curva catenaria, a pesar de su aparente simplicidad conceptual, desempeña un papel crucial en la distribución de cargas, sirviendo como un elemento fundamental en arquitectura.

El arquitecto catalán, Antoni Gaudi, fue un visionario que supo utilizar las propiedades únicas de la catenaria en sus obras maestras, como la Iglesia de la Colonia Güell y la Sagrada Familia. Estos monumentos son ejemplos de cómo integró la catenaria en sus estructuras, lo que le permitió crear formas innovadoras y sorprendentes. Más allá de su utilidad en la distribución de cargas, la catenaria, bajo la mirada visionaria de Gaudí, añade una dimensión artística a la arquitectura, fusionando de manera armoniosa la ciencia y el arte.

Este estudio ha explorado las aplicaciones matemáticas y físicas de la catenaria, resaltando su influencia en la resolución de problemas históricos como ¿Qué debe tener un arco para sostenerse sin refuerzos? ¡Pues una catenaria! Gaudí, a través de su enfoque visionario, encontró soluciones de equilibrio al utilizar el arco catenario, demostrando habilidades en la facilidad constructiva de superficies regladas. A pesar de carecer de la tecnología contemporánea, Gaudí subraya la importancia del ingenio en la resolución de problemas estructurales.

La relación intrínseca entre las matemáticas, la física, la arquitectura e ingeniería se manifiesta en la capacidad de figuras como Gaudí para fusionar creatividad, conocimiento matemático y necesidades constructivas, generando soluciones relevantes y estudiadas en la actualidad. Gaudí heredó la tradición del arco romano como elemento estructural esencial, llevándolo a nuevas perspectivas y soluciones que trascienden las limitaciones de su tiempo.

Las obras y las ideas de Gaudí siguen siendo objeto de interés en diversas disciplinas, como lo demuestra la abundante bibliografía dedicada a su legado (Alsina y Gómez Serrano, 2002). Entre sus aportes más destacados está la implementación del arco catenario en la arquitectura occidental, un elemento clave para el desarrollo de tecnologías modernas que hoy prosperan gracias al avance del software de modelado paramétrico y simulación estructural, como Rhinoceros y Grasshopper. Estas herramientas permiten a arquitectos e ingenieros crear modelos precisos de estructuras basadas en curvas catenarias, optimizando el uso de materiales, reduciendo costos y ampliando las posibilidades creativas.

Un ejemplo representativo de este avance es el Heydar Aliyev Center en Bakú, diseñado por Zaha Hadid. Aunque no utiliza catenarias puras, su diseño se inspira en principios similares de distribución de cargas y fluidez geométrica, logrados gracias a tecnologías computacionales avanzadas. Este proyecto ilustra cómo las geometrías complejas, que antaño eran difíciles de calcular manualmente, son ahora factibles gracias a herramientas digitales.

La incorporación de formas naturales como la catenaria no sólo transformó el panorama estructural del siglo XX, sino que sigue inspirando a arquitectos e ingenieros en la búsqueda de soluciones que armonicen funcionalidad, estética y sostenibilidad. Así, la relación simbiótica entre matemáticas y construcción, encapsulada en el arco catenario y ejemplificada por Gaudí, continúa siendo un campo de estudio fascinante y en constante evolución.

Bibliografía

Alsina, C. y Gómez Serrano, J. (2002): Gaudí, geométricamente. Gac. R. Soc. Mat. Esp. 5 no. 3, 523–539. https://gaceta.rsme.es/abrir.php?id=117.

Basset Salom, L., Guardiola Víllora, A., & Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras. (2011). Evolución Histórica del ARCO como Elemento Estructural en Arquitectura. Escuela Técnica Superior de Arquitectura Universidad Politécnica de Valencia. https://riunet.upv.es/bitstream/handle/10251/12871/los%20arcos.pdf?sequence

Basset Salom, luisa. (2012). Estructuras laminares. Escuela Técnica Superior de Arquitectura Universitat Politècnica de València, Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras. https://riunet.upv.es/bitstream/handle/10251/30402/Estructuras%20laminares.pdf

Cabrices, R. O. (2011). La arquitectura sustentable llegó para quedarse. Debates IESA, 16(3).

De Zárraga Mata, S. “La Catenaria En Arquitectura” UPM. ETSI Caminos, Canales y Puertos, 2010. (Zarraga M. 2010) https://www2.caminos.upm.es/Departamentos/matematicas/Fdistancia/PIE/Chip%20geom%C3%A9trico/Catenaria.pdf

Dvorkin, E. N. (1987). Análisis de estructuras laminares generales utilizando el método de elementos finitos. Revista internacional de métodos numéricos para calculo y diseño en Ingeniería, 3(1), 23-52. https://upcommons.upc.edu/bitstream/2099/7326/1/Article03.pdf

Fernández Jiménez, A. (2020). La catenaria y su influencia en la arquitectura de Gaudí -Gaceta de la RSME. ResearchGate. https://www.researchgate.net/publication/344871705_La_catenaria_y_su_influencia_en_la_a rquitectura_de_Gaudi_-_Gaceta_de_la_RSME

Gescovich, G. R., & Vedoya, D. E. (2023). La curva catenaria como forma natural y su emergencia en la arquitectura. Arquitecno, 21, 1. https://doi.org/10.30972/arq.0216693

S. Huerta, El cálculo de estructuras en la obra de Gaudí, Salvador Tarragó: miscel·lània, 133–162, Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona, 2013. https://oa.upm.es/30203/1/Huerta_2013_El_calculo.pdf

Martínez, Enric (2015). Las teresianas. https://laspiedrasdebarcelona.blogspot.com/2015/11/las-teresianas.html

Pérez, R. (2002). Gaudí y la proporción, Gac. R. Soc. Mat. Esp. 5 (2002), no. 3, 540–558. https://gaceta.rsme.es/abrir.php?id=117

Rojas, E. C., Llanos, V. C., & Otero, M. R. (2016). La génesis histórica de la Geometría Analítica y la enseñanza en la Escuela Secundaria. Números: Revista de didáctica de las matemáticas, 93, 93-110. http://funes.uniandes.edu.co/9342/

Rosario Cedrés, A. (2013) Los arcos (arquitectónicos) ¿Cómo funcionan? Museo de Tenerife la ciencia y el cosmos https://www.museosdetenerife.org/assets/downloads/file--fb51e620df.pdf

Rojas Lazo, O., & Rojas Rojas, L. (2006). Diseño asistido por computador. Industrial Data, 9(1), 7-15.

Sampedro, S., & Javier, F. (2011). Metodología de análisis de la geometría métrica espacial: estudio de las superficies arquitectónicas singulares. Arché, 6, 433-438. https://riunet.upv.es/bitstream/10251/34476/1/2012_6-7_433-438.pdf

Sáez Sánchez, V. M. (2021). las formas funiculares en la historia de la arquitectura y en la arquitectura contemporánea. Grado en Fundamentos de la Arquitectura Cursos 2020-2021. https://riunet.upv.es/bitstream/handle/10251/178701/Saez%20-%20Las%20formas%20funicu lares%20en%20la%20historia%20de%20la%20arquitectura%20y%20en%20la%20arquitectura%20contemporanea.pdf?sequence

Serway, R.; Jewett, J. (2008). Física para Ciencias e Ingeniería. Cengage Learning. Séptima Edición. Volumen 1.